

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**«УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра высокопроизводительных вычислительных технологий и систем

**АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

«ДИСКРЕТНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ»

Уровень подготовки
высшее образование – магистратура

Направление подготовки (специальность)
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность подготовки (профиль, специализация)
Математическое моделирование и вычислительная математика

Квалификация (степень) выпускника
магистр

Форма обучения
очная

Исполнитель

Касаткин А.А.

Заведующий кафедрой высокопроизводительных
вычислительных технологий и систем

Газизов Р.К.

Уфа 2015

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дискретные математические модели» является дисциплиной по выбору вариативной части.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 28.08.2015 г. № 911.

Целью освоения дисциплины является формирование теоретических знаний в области вычислительных алгоритмов линейной алгебры и практических навыков реализации методов и алгоритмов решения систем линейных уравнений и поиска собственных значений.

Задачи:

- углубление и систематизация знаний в численных методах и алгоритмах решения задач линейной алгебры;
- приобретение практических навыков решения задач линейной алгебры на вычислительных системах с использованием различных алгоритмов и методов;
- формирование умений и навыков выбора необходимого метода и алгоритма при решении прикладных задач.

Перечень результатов обучения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций.

Планируемые результаты обучения по дисциплине

№	Формируемые компетенции	Код	Знать	Уметь	Владеть
1	Способность разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач	ПК-2	- основные определения и утверждения линейной алгебры, используемые при моделировании сложных систем; - основные утверждения о разложениях матриц и точных методах решения систем линейных алгебраических уравнений; - основные утверждения о итерационных методах решения линей-	- применять утверждения о свойствах матриц для оценки границ спектра и погрешностей решения систем; - использовать численные методы линейной алгебры в процессах программного управления технических систем; - формулировать и программно реализовывать точные и итерационные методы реше-	- навыками анализа алгебраических вычислительных алгоритмов с точки зрения основных принципов работы; - навыками определения пригодности алгоритма для определённого класса задач; - навыками эффективной реализации вычислительных методов линейной алгебры в пакетах типа Matlab; - навыками

			ных алгебраических уравнений; - основные алгоритмы решения полной и частичной проблемы собственных значений.	ния систем линейных алгебраических уравнений; - использовать процедуру предобуславливания для ускорения решения системы линейных алгебраических уравнений; - численно решать проблему собственных значений в различных постановках.	сравнения эффективности вычислительных методов для определённого класса задач друг с другом и с теоретическими оценками.
--	--	--	---	---	--

Содержание разделов дисциплины

№	Наименование и содержание разделов
1	Матричные нормы, число обусловленности и оценка погрешности решения системы линейных алгебраических уравнений. Матричные нормы, их свойства. Подчиненные и согласованные матричные нормы, их свойства. Максимальная строчная и максимальная столбцовая нормы матрицы, их подчиненность векторным нормам. Спектральная норма и ее свойства (корректность определения, подчинённость, унитарная инвариантность). Спектральный радиус и его свойства. Изменение собственных чисел при преобразованиях матрицы. Сходимость к нулю последовательности матриц. Сходимость ряда геометрической прогрессии матриц. Обратимость матрицы, близкой к обратной матрице. Число обусловленности матрицы и его свойства. Оценка относительной погрешности решения системы линейных уравнений через относительные погрешности в матрице системы и в правой части. Понятие о регуляризации системы.
2	Точные методы решения систем линейных алгебраических уравнений, преобразования и разложения матриц. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Оценка числа операций в методе Гаусса. Представление метода Гаусса в виде LU разложения. Способы выбора ведущего элемента. Условие LU разложимости матрицы. Алгоритм построения LU разложения. LU-разложение ленточных матриц. Метод прогонки решения системы с трехдиагональной матрицей, достаточное условие корректности и устойчивости метода. Положительно определенные матрицы и их свойства. Осуществимость LU-разложения для положительно определенных матриц. Теорема о разложении Холецкого для симметрической матрицы. Матрица элементарных вращений и ее свойства. Метод вращений решения систем линейных уравнений. Осуществимость, оценка числа операций. Матрица отражений и ее свойства. Метод отражений решения систем линейных уравнений. Организация вычислений. Теорема о построении QR-разложения методом вращений и методом отражений. Единственность разложения. Приведение матрицы к почти треугольному виду ортогональным преобразованием.
3	Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Стационарные итерационные методы решения систем линейных алгебраических урав-

	нений: Метод простой итерации решения систем линейных уравнений. Необходимое и достаточное условие сходимости итерационного процесса. Достаточное условие сходимости простейшего итерационного процесса. Критерии остановки итерационного процесса. Оценка скорости сходимости (априорная, апостериорная). Метод Якоби решения: матричная форма, необходимое и достаточное условие его сходимости. Достаточность диагонального преобладания. Метод Зейделя: матричная форма, необходимое и достаточное условие его сходимости, скорость сходимости при диагональном преобладании. Метод релаксации, теорема о значении параметра релаксации. SSOR-метод решения систем линейных уравнений. Представление методов указанных методов в виде предобусловленного метода простых итераций. Проекционные методы решения систем линейных уравнений. Связь задачи минимизации значения функционала и решения системы линейных уравнений. Формулировка методов Гаусса и Зейделя в проекционной форме. Методы покоординатного и градиентного (наискорейшего) спуска решения систем линейных уравнений, их геометрическая интерпретация. Метод минимальной невязки. Использование сопряженных направлений в проекционных методах. Сходимость метода сопряжённых направлений. Построение сопряжённых направлений в виде базиса подпространств пространства Крылова. Метод сопряженных градиентов. Метод сопряжённых градиентов с предобуславливанием. Предобуславливатели Якоби, GS, SGS, SSOR. Неполная факторизация Холецкого как способ предобуславливания системы. Обзор других методов, основанных на пространствах Крылова.
4	Методы решения проблемы собственных значений. Влияние преобразований матрицы на её собственные значения и собственные вектора. Степенной метод решения частичной проблемы собственных значений. Метод отношений Рэлея. Метод обратных итераций. Модификации метода для построения второго по модулю собственного значения, минимального по модулю собственного значения, и собственного значения, наиболее близкого к заданному числу. Метод вращений Якоби решения полной проблемы собственных значений, процедура исчерпывания. Обоснование сходимости метода вращений Якоби. Схемы QR- и LR-методов.
5	Задачи, связанные с прямоугольными матрицами. Сингулярные числа и сингулярные базисы матрицы. Сингулярное разложение матрицы, схема построения путем двухдиагонализации. Решение задачи наименьших квадратов для матрицы полного столбцового ранга: нормальные уравнения, QR-метод, использование SVD-разложения.
6	Детали программной реализации вычислительных алгоритмов линейной алгебры. Использование разреженных матриц. Формат хранения CSR. Способы экономии памяти. Влияние порядка обращения к памяти на производительность. Переупорядочивание. Возможности программирования, численных расчетов и визуализации пакета Matlab или аналогов. Возможности распространённых библиотек для языков программирования высокого уровня (например, BLAS, Intel MKL, Hypre, Eigen).

Подробное содержание дисциплины, структура учебных занятий, трудоемкость изучения дисциплины, входные и исходящие компетенции, уровень освоения, определяемый этапом формирования компетенций, учебно-методическое, информационное, материально-техническое обеспечение учебного процесса изложены в рабочей программе дисциплины.