МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра вычислительной математики и кибернетики

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«*АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ*»

Уровень подготовки: высшее образование – бакалавриат

Направление подготовки бакалавров

02.03.01 Математика и компьютерные науки
(код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль, специализация)

Численные методы в задачах моделирования и современные информационные технологии
(наименование направленности подготовки)

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения
очная

Уфа 2015

Исполнитель:

ассистент		А.А. Гайнетдинова
должность	подпись	расшифровка подписи
Заведующий кафедрой ВВТиС		Р.К. Газизов
	подпись	расшифровка подписи

1. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Алгебра и аналитическая геометрия» является дисциплиной модуля «Математика» базовой части ОПОП по направлению подготовки бакалавров 02.03.01 «Математика и компьютерные науки», направленность: «Численные методы в задачах моделирования и современные информационные технологии».

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки бакалавров 02.03.01 Математика и компьютерные науки, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от «7» августа 2014 г. № 949. Является неотъемлемой частью основной образовательной профессиональной программы (ОПОП).

Целью освоения дисциплины является обеспечение подготовки бакалавра в области алгебры и аналитической геометрии, формирование знаний теоретических основ дисциплины и выработка практических навыков применения этих знаний.

Задачи:

- изучение основных понятий, методов и алгоритмов алгебры и аналитической геометрии, их различных приложений
- формирование навыков решения профессионально-ориентированных задач на основе соответствующих математических методов

2. Перечень результатов обучения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций на базовом уровне.

Планируемые результаты обучения по дисциплине:

№	Формируемые компетенции	Код	Знать	Уметь	Владеть
1	готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов,	ОПК-1	понятия, свойства, приложения основных алгебраических структур; алгебры многочленов; базовые понятия и основные технические приемы матричной алгебры, теории линейных пространств и их отображений, теории билинейных и квадратичных форм; основные понятия аналитической геометрии,	использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач; использовать понятия и методы линейной алгебры в других разделах математики; решать задачи вычислительного и теоретического характера в области геометрии двухмерного и трехмерного евклидова (аффинного) пространства	навыками решения типовых задач алгебры; математическим аппаратом аналитической геометрии, аналитическими методами исследования геометрических объектов

	численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности		определения и свойства математических объектов в этой области, возможные сферы их приложений		
2	способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области	ПК-1		правильно выбирать и применять изученные методы для решения конкретных задач	
3	способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики	ПК-2	теоретические положения и методы линейной алгебры и аналитической геометрии, используемые при решении конкретных прикладных задач	формализовать в терминах дисциплины задачи аналитического характера	навыками использования методов алгебры для решения основных задач, возникающих при построении и использовании математических моделей
4	способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	ПК-3	формулировки основных утверждений линейной алгебры и аналитической геометрии	доказывать утверждения линейной алгебры и аналитической геометрии	навыками использования методов доказательства утверждений линейной алгебры и аналитической геометрии

3. Содержание разделов дисциплины

№	Название и содержание разделов
1	**Матрицы и определители.** Матрицы, операции сложения матриц, умножения матрицы на число и умножения матриц, их свойства. Блочные матрицы, операции над блочными матрицами. Перестановки, операция умножения перестановок, ее свойства. Знак перестановки (единичной, обратной и произведения). Транспозиция как нечётная перестановка, разложение перестановки в произведение транспозиций. Определение определителя матрицы. Определители матриц специального вида. Транспонирование матриц, определитель транспонированной матрицы. Свойства определителя. Миноры и алгебраические дополнения. Теоремы о разложении определителя по «своей» и «чужой» строке. Теорема Лапласа о разложении определителя по k строкам. Определитель суммы и произведения матриц. Обратная матрица. Критерий существования обратной матрицы. Свойства обратной матрицы. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
2	**Линейные пространства.** Линейное пространство и его свойства. Примеры линейных пространств, n–мерное координатное пространство. Линейно зависимые и независимые вектора, их свойства. Базис и размерность линейного

	пространства. Операции над векторами, заданными своими координатами. Изоморфизм линейных пространств. Подпространство линейного пространства. Линейная оболочка векторов как пример подпространства. Размерность подпространства. Теорема о возможности дополнения системы независимых векторов до базиса линейного пространства. Теорема о размерности линейной оболочки векторов. Равенство ранга матрицы числу линейно независимых строк (столбцов) матрицы. Замена базиса в линейном пространстве. Невырожденность матрицы перехода. Преобразование координат вектора при переходе к другому базису.
3	**Системы линейных уравнений.** Элементарные преобразования матрицы. Теорема о неизменности ранга матрицы при элементарных преобразованиях. Ступенчатая матрица, приведение матрицы к ступенчатому виду. Ранг ступенчатой матрицы. Матричная запись системы линейных алгебраических уравнений. Матричный метод решения систем линейных уравнений. Теорема Крамера. Формула Крамера построения решения системы линейных уравнений. Условия совместности системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли). Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Использование метода Гаусса для построения обратной матрицы. Фундаментальная система решений системы линейных однородных уравнений. Свойства решений систем линейных однородных и неоднородных уравнений.
4	**Геометрические векторы.** Понятие направленного отрезка и геометрического вектора (свободного вектора). Линейные операции над векторами. Коллинеарные, компланарные вектора. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Базисы геометрических векторов на прямой, плоскости и в пространстве. Проекция вектора на ось, её свойства. Скалярное произведение векторов, его свойства, выражение скалярного произведения векторов через координаты сомножителей в ортонормированном базисе. Векторное и смешанное произведения векторов, их свойства, выражение векторного и смешанного произведения через координаты сомножителей в произвольном и ортонормированном базисах. Двойное векторное произведение векторов.
5	**Прямые линии и плоскости.** Аффинные системы координат на прямой, плоскости, в пространстве. Прямоугольная система координат. Полярные, цилиндрические и сферические координаты. Задача о делении отрезка в данном отношении. Способы задания кривых и поверхностей уравнениями: явные и параметрические уравнения. Алгебраические кривые и поверхности. Прямая линия на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости в произвольной декартовой системе координат: векторное параметрическое уравнение прямой, координатное параметрическое уравнение, каноническое уравнение, общее уравнение прямой как алгебраической линии первого порядка, уравнение прямой с угловым коэффициентом. Взаимное расположение двух прямых, угол между прямыми. Уравнение прямой в прямоугольной декартовой системе координат. Вектор нормали и нормальное уравнение прямой, вычисление расстояния от точки до прямой на плоскости. Плоскость в пространстве. Различные виды уравнения плоскости в произвольной декартовой системе координат: векторное параметрическое уравнение плоскости, координатное параметрическое уравнение, уравнение плоскости, проходящей через три точки, общее уравнение плоскости как алгебраической поверхности первого порядка. Взаимное расположение двух плоскостей, угол между плоскостями. Уравнение плоскости в прямоугольной декартовой системе координат. Вектор нормали и нормальное уравнение плоскости, вычисление расстояния от точки до плоскости. Прямая линия в пространстве. Различные виды уравнений прямой в пространстве: векторное параметрическое уравнение прямой, координатное параметрическое уравнение,

	каноническое уравнение, общее уравнение прямой как линии пересечения двух плоскостей. Взаимное расположение двух прямых в пространстве, прямой и плоскости в пространстве. Решение некоторых классических задач о прямой и плоскости в пространстве (расстояние от точки до прямой в пространстве, уравнение перпендикуляра к прямой, проходящего через заданную от точку, расстояние между скрещивающимися прямыми, перпендикуляр к двум скрещивающимся прямым и т.д.).
6	**Линии и поверхности второго порядка.** Определение кривых второго порядка. Эллипс, гипербола, парабола: определение, вывод канонического уравнения, исследование формы. Эксцентриситет и директриса эллипса, параболы и гиперболы. Полярные уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Исследование общего уравнения второго порядка. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду, девять канонических видов уравнений. Поверхности второго порядка (эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, конические поверхности, цилиндрические поверхности), их классификация, канонические уравнения, исследование методом сечений. Приведение уравнения поверхности второго порядка к каноническому виду, семнадцать канонических видов уравнений поверхностей второго порядка.
7	**Комплексные числа.** Комплексные числа (определение, алгебраическая форма записи), геометрическая интерпретация комплексного числа. Операции над комплексными числами, их свойства. Комплексно сопряжённые числа и их свойства. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел. Операции умножения и деления комплексных чисел в тригонометрической и показательной формах. Формула Муавра. Корни n-ой степени из комплексного числа. Свойства корней n-ой степени из единицы.
8	**Основные алгебраические структуры.** Алгебраические операции, свойства коммутативности и ассоциативности. Понятие полугруппы. Нейтральный и симметричный элементы, группа. Примеры полугрупп и групп. Кольцо и поле, их свойства. Примеры колец и полей.
9	**Кольцо многочленов и поле рациональных дробей.** Понятие многочлена над полем. Множество многочленов как коммутативное кольцо над полем с единицей и без делителей нуля. Степень многочлена, степень произведения многочленов. Теорема о делении многочленов с остатком. Делимость многочленов. Свойства делимости. Делители многочленов. Наибольший общий делитель, его единственность. Алгоритм Евклида построения наибольшего общего делителя (для многочленов и целых чисел). Теорема о разложении наибольшего общего делителя (для многочленов и целых чисел). Взаимно простые многочлены. Свойства взаимно простых многочленов. Корень многочлена. Теорема Безу и следствие из неё. Схема Горнера. Кратность корня. Выделение линейных множителей в многочлене. Связь производной многочлена с кратностью корня. Основная теорема алгебры и следствия из неё (разложимость на множители, единственность разложения и число корней многочлена). Интерполяционный многочлен Лагранжа. Формулы Виета. Многочлен с действительными коэффициентами. Свойства комплексных корней многочлена с действительными коэффициентами. Неприводимые многочлены. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители над полями комплексных и действительных чисел. Понятие рациональной дроби. Поле рациональных дробей. Правильные и простейшие рациональные дроби. Теорема о представлении рациональной дроби в виде суммы многочлена и простейших дробей.
10	**Линейные, билинейные и квадратичные функции.** Линейные функции на линейном пространстве: определение, задание в некотором фиксированном базисе. Преобразование коэффициентов линейной функции при переходе к другому базису. Билинейные функции на линейных пространствах: определение, матрица билинейной функции, ее преобразование при переходе от одного базиса к другому.

	Симметричная билинейная функция. Квадратичная форма. Теорема о поляризации. Методы Лагранжа и Якоби приведения квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции квадратичных форм. Индексы квадратичной формы. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.
11	**Линейные преобразования векторных пространств.** Линейные преобразования векторных пространств: определение, матрица линейного преобразования, взаимно однозначное соответствие между линейными преобразованиями пространства и квадратными матрицами порядка n. Преобразование матрицы линейного преобразования при переходе от одного базиса к другому. Инварианты линейного преобразования. Сложение и умножение линейных преобразований, соответствующие операции над матрицами. Кольцо эндоморфизмов. Линейное пространство линейных преобразований, его размерность. Обратное преобразование. Ядро и образ линейного преобразования. Теорема о сумме размерностей ядра и образа линейного преобразования. Инвариантные подпространства линейного оператора. Сумма и пересечение подпространств, прямая сумма подпространств. Сумма и пересечение инвариантных подпространств. Собственные вектора и собственные значения линейного оператора, их нахождение, характеристический многочлен. Свойства собственных значений и собственных. Диагонализация матрицы линейного оператора в базисе собственных векторов. Присоединенные векторы линейного преобразования, корневое подпространство. Теорема Жордана.
12	**Евклидовы пространства.** Евклидово пространство, его свойства. Нормированные пространства, норма в евклидовом пространстве. Ортогональные и ортонормированные системы векторов, их свойства (ортогональность нулевого элемента, теорема Пифагора, линейная независимость). Алгоритм Грамма-Шмидта ортогонализации системы векторов. Вычисление скалярного произведения векторов в координатах. Матрица Грамма, ее свойства. Ортогональное дополнение к линейному подпространству, его свойства.
13	**Линейные преобразования евклидовых пространств.** Линейное преобразование, сопряженное данному, матрица сопряженного преобразования. Самосопряженное преобразования. Диагонализация матрицы самосопряженного оператора. Диагонализация симметрической матрицы ортогональными преобразованиями. Ортогональные преобразования: определение, свойства. Ортогональные матрицы. Ортогональные преобразования в одно- и двухмерных подпространствах. Канонический вид матрицы ортогонального преобразования n-мерного евклидова пространства. Линейное преобразование, присоединенное к билинейной функции. Ортонормированный базис, в котором квадратичная форма имеет диагональный вид.
14	**Общая теория линий и поверхностей второго порядка.** Аффинные преобразования, его координатная форма. Закон преобразования гиперповерхностей второго порядка в вещественном аффинном пространстве. Инварианты гиперповерхностей второго порядка. Использование инвариантов гиперповерхностей второго порядка для классификации линий второго порядка на плоскости и поверхностей второго порядка в пространстве.

Подробное содержание дисциплины, структура учебных занятий, трудоемкость изучения дисциплины, входные и исходящие компетенции, уровень освоения, определяемый этапом формирования компетенций, учебно-методическое, информационное, материально-техническое обеспечение учебного процесса изложены в рабочей программе дисциплины.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Научно-методического совета по УГСН

02.00.00 «Компьютерные и информационные науки»

Настоящим подтверждаю, что представленный комплект аннотаций рабочих программ учебных дисциплин по направлению подготовки бакалавров *02.03.01 «Математика и компьютерные науки»* по профилю *«Численные методы в задачах моделирования и современные информационные технологии»,* реализуемой по *очной* форме обучения соответствует рабочим программам учебных дисциплин указанной выше образовательной программы.

Председатель НМС Н.И. Юсупова

«27» 05 2015 г.