МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра высокопроизводительных вычислительных технологий и систем

АННОТАЦИЯ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«*АЛГЕБРА*»

Уровень подготовки
высшее образование – бакалавриат

Направление подготовки (специальность)
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность подготовки (профиль, специализация)
Математическое моделирование и вычислительная математика

Квалификация (степень) выпускника
бакалавр

Форма обучения
очная

Исполнители Газизов Р.К.
Лукащук В.О.

Заведующий кафедрой высокопроизводительных
вычислительных технологий и систем Газизов Р.К.

Уфа 2015

Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Алгебра» является дисциплиной базовой части.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12.03.2015 г. № 228.

Целью освоения дисциплины является овладение студентами основными понятиями и методами линейной алгебры, приобретение навыков использования ее универсального понятийного аппарата и широкого арсенала технических приемов при построении и исследовании математических моделей различных технических и экономических закономерностей и процессов.

Задачи:

- освоить основные понятия, положения и методы линейной алгебры;
- приобрести практические навыки решения типовых задач, способствующих усвоению основных понятий в их взаимной связи, а также задач, способствующих развитию начальных навыков научного исследования;
- сформировать у студентов необходимого уровня алгебраической подготовки для освоения последующих математических дисциплин;
- сформировать у студентов умения использовать аппарат линейной алгебры для построения математических моделей, выбора методов построения их решения, анализа полученных результатов.

Перечень результатов обучения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций.

Планируемые результаты обучения по дисциплине

№	Формируемые компетенции	Код	Знать	Уметь	Владеть
1	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	ОПК-1	- базовые понятия и основные технические приемы матричной алгебры, аналитической геометрии, теории линейных пространств (над вещественным и комплексным полями) и их отображений, спектральной теории, теории билинейных и квадратичных форм.	- использовать алгоритмические приемы решения стандартных задач; - формализовать в терминах дисциплины задачи аналитического характера; - использовать понятия и методы линейной алгебры в других разделах математики.	- навыками математической формализации прикладных задач; - навыками анализа и интерпретации решений соответствующих математических моделей.

Содержание разделов дисциплины

№	Наименование и содержание разделов
1	**Матрицы и определители.** Матрицы, операции сложения матриц, умножения матрицы на число и умножения матриц, их свойства. Блочные матрицы, операции над блочными матрицами. Перестановки, операция умножения перестановок, ее свойства. Знак перестановки (единичной, обратной и произведения). Транспозиция как нечётная перестановка, разложение перестановки в произведение транспозиций. Определение определителя матрицы. Определители матриц специального вида. Транспонирование матриц, определитель транспонированной матрицы. Свойства определителя. Миноры и алгебраические дополнения. Теоремы о разложении определителя по «своей» и «чужой» строке. Теорема Лапласа о разложении определителя по k строкам. Определитель суммы и произведения матриц. Обратная матрица. Критерий существования обратной матрицы. Свойства обратной матрицы. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
2	**Линейные пространства.** Линейное пространство и его свойства. Примеры линейных пространств, n-мерное координатное пространство. Линейно зависимые и независимые вектора, их свойства. Базис и размерность линейного пространства. Операции над векторами, заданными своими координатами. Изоморфизм линейных пространств. Подпространство линейного пространства. Линейная оболочка векторов как пример подпространства. Размерность подпространства. Теорема о возможности дополнения системы независимых векторов до базиса линейного пространства. Теорема о размерности линейной оболочки векторов. Равенство ранга матрицы числу линейно независимых строк (столбцов) матрицы. Замена базиса в линейном пространстве. Невырожденность матрицы перехода. Преобразование координат вектора при переходе к другому базису.
3	**Системы линейных уравнений.** Элементарные преобразования матрицы. Теорема о неизменности ранга матрицы при элементарных преобразованиях. Ступенчатая матрица, приведение матрицы к ступенчатому виду. Ранг ступенчатой матрицы. Матричная запись системы линейных алгебраических уравнений. Матричный метод решения систем линейных уравнений. Теорема Крамера. Формула Крамера построения решения системы линейных уравнений. Условия совместности системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли). Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Использование метода Гаусса для построения обратной матрицы. Фундаментальная система решений системы линейных однородных уравнений. Свойства решений систем линейных однородных и неоднородных уравнений.
4	**Основные алгебраические структуры.** Алгебраические операции, свойства коммутативности и ассоциативности. Понятие полугруппы. Нейтральный и симметричный элементы, группа. Примеры полугрупп и групп. Кольцо и поле, их свойства. Примеры колец и полей.
5	**Кольцо многочленов и поле рациональных дробей.** Понятие многочлена над полем. Множество многочленов как коммутативное кольцо над полем с единицей и без делителей нуля. Степень многочлена, степень произведения многочленов. Теорема о делении многочленов с остатком. Делимость многочленов. Свойства дели-

	мости. Делители многочленов. Наибольший общий делитель, его единственность. Алгоритм Евклида построения наибольшего общего делителя (для многочленов и целых чисел). Теорема о разложении наибольшего общего делителя (для многочленов и целых чисел). Взаимно простые многочлены. Свойства взаимно простых многочленов. Корень многочлена. Теорема Безу и следствие из неё. Схема Горнера. Кратность корня. Выделение линейных множителей в многочлене. Связь производной многочлена с кратностью корня. Основная теорема алгебры и следствия из неё (разложимость на множители, единственность разложения и число корней многочлена). Интерполяционный многочлен Лагранжа. Формулы Виета. Многочлен с действительными коэффициентами. Свойства комплексных корней многочлена с действительными коэффициентами. Неприводимые многочлены. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители над полями комплексных и действительных чисел. Понятие рациональной дроби. Поле рациональных дробей. Правильные и простейшие рациональные дроби. Теорема о представлении рациональной дроби в виде суммы многочлена и простейших дробей.
6	**Линейные, билинейные и квадратичные функции.** Линейные функции на линейном пространстве: определение, задание в некотором фиксированном базисе. Преобразование коэффициентов линейной функции при переходе к другому базису. Билинейные функции на линейных пространствах: определение, матрица билинейной функции, ее преобразование при переходе от одного базиса к другому. Симметричная билинейная функция. Квадратичная форма. Теорема о поляризации. Методы Лагранжа и Якоби приведения квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции квадратичных форм. Индексы квадратичной формы. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.
7	**Линейные преобразования векторных пространств.** Линейные преобразования векторных пространств: определение, матрица линейного преобразования, взаимно однозначное соответствие между линейными преобразованиями пространства и квадратными матрицами порядка n. Преобразование матрицы линейного преобразования при переходе от одного базиса к другому. Инварианты линейного преобразования. Сложение и умножение линейных преобразований, соответствующие операции над матрицами. Кольцо эндоморфизмов. Линейное пространство линейных преобразований, его размерность. Обратное преобразование. Ядро и образ линейного преобразования. Теорема о сумме размерностей ядра и образа линейного преобразования. Инвариантные подпространства линейного оператора. Сумма и пересечение подпространств, прямая сумма подпространств. Сумма и пересечение инвариантных подпространств. Собственные вектора и собственные значения линейного оператора, их нахождение, характеристический многочлен. Свойства собственных значений и собственных. Диагонализация матрицы линейного оператора в базисе собственных векторов. Присоединенные векторы линейного преобразования, корневое подпространство. Теорема Жордана.
8	**Евклидовы пространства.** Евклидово пространство, его свойства. Нормированные пространства, норма в евклидовом пространстве. Ортогональные и ортонормированные системы векторов, их свойства (ортогональность нулевого элемента, теорема Пифагора, линейная независимость). Алгоритм Грамма-Шмидта ортогонализации системы векторов. Вычисление скалярного произведения векторов в координатах. Матрица Грамма, ее свойства.

	Ортогональное дополнение к линейному подпространству, его свойства.
9	**Линейные преобразования евклидовых пространств.** Линейное преобразование, сопряженное данному, матрица сопряженного преобразования. Самосопряженное преобразования. Диагонализация матрицы самосопряженного оператора. Диагонализация симметрической матрицы ортогональными преобразованиями. Ортогональные преобразования: определение, свойства. Ортогональные матрицы. Ортогональные преобразования в одно- и двухмерных подпространствах. Канонический вид матрицы ортогонального преобразования n-мерного евклидова пространства. Линейное преобразование, присоединенное к билинейной функции. Ортонормированный базис, в котором квадратичная форма имеет диагональный вид.
10	**Общая теория линий и поверхностей второго порядка.** Аффинные преобразования, его координатная форма. Закон преобразования гиперповерхностей второго порядка в вещественном аффинном пространстве. Инварианты гиперповерхностей второго порядка. Использование инвариантов гиперповерхностей второго порядка для классификации линий второго порядка на плоскости и поверхностей второго порядка в пространстве.
11	**Основные алгебраические структуры.** Алгебраические операции, свойства коммутативности и ассоциативности. Понятие полугруппы. Нейтральный и симметричный элементы, группа. Примеры полугрупп и групп. Кольцо и поле, их свойства. Примеры колец и полей.

Подробное содержание дисциплины, структура учебных занятий, трудоемкость изучения дисциплины, входные и исходящие компетенции, уровень освоения, определяемый этапом формирования компетенций, учебно-методическое, информационное, материально-техническое обеспечение учебного процесса изложены в рабочей программе дисциплины.