

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**«УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра вычислительной математики и кибернетики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

 Н.Г. Зарипов

«02» 09 2015 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«ЭКОНОМЕТРИКА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ»

Уровень подготовки: высшее образование – подготовка кадров высшей квалификации

Направление подготовки научно-педагогических кадров высшей квалификации (аспирантура)

38.06.01 Экономика

(код и наименование направления подготовки)

Направленность подготовки

Экономическая теория

(наименование программы подготовки)

Квалификация (степень) выпускника

Исследователь. Преподаватель исследователь.

Форма обучения

очная

Уфа 2015

Содержание

1.	Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	3
2.	Перечень результатов обучения.....	6
3.	Содержание и структура дисциплины (модуля).....	7
4.	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....	12
5.	Фонд оценочных средств.....	13
6.	Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля).....	22
7.	Образовательные технологии.....	48
8.	Методические указания по освоению дисциплины.....	48
9.	Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	51
10.	Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ.....	51
	Лист согласования рабочей программы дисциплины.....	52
	Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины.....	53

1. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина Эконометрика временных рядов является дисциплиной *вариативной* части ОПОП по направлению подготовки 38.06.01 Экономика, направленность: Экономическая теория. Является дисциплиной по выбору обучающихся.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки научно-педагогических кадров высшей квалификации (аспирантура) 38.06.01 Экономика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от "30" июля 2014 г. № 898 и приказа Министерства образования и науки Российской Федерации от 30.04.2015 N 464 "О внесении изменений в федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации)". Является неотъемлемой частью основной образовательной профессиональной программы (ОПОП).

Целью освоения дисциплины является формирование у будущих научно-педагогических кадров высшей квалификации в области экономики теоретических знаний и практических навыков для решения научно-исследовательских и прикладных экономических задач связанных с научным предвидением и предсказанием развития процессов и явлений средствами анализа временных рядов.

Задачи:

- обучение аспирантов комплексному анализу ретроспективы процесса для построения качественного прогноза на основе методов эконометрики временных рядов;
- Научить строить качественные прогнозы, на основе верной идентификации случайного процесса, лежащего в основе временного ряда.
- Приучить проверять построенные прогнозные модели на адекватность.
- Привить навыки обязательной селекции прогнозных моделей на основе информационных и других критериев.

Входные компетенции:

№	Компетенция	Код	Уровень освоения, определяемый этапом формирования компетенции*	Название дисциплины (модуля), практики, научных исследований, сформировавших данную компетенцию
1	способность выявлять актуальные проблемы экономической теории, особенности экономических явлений и закономерности развития экономических процессов с использованием принципов экономических методологических школ;	ПК-1	пороговый и базовые уровни первого этапа освоения компетенции в рамках первой части модуля.	модуль: Экономическая теория
2	способность проводить анализ, оценку проблем и противоречий экономического развития, обосновывать динамику основных экономических показателей на микро-, макро-, мезоуровнях и разрабатывать рекомендации по нивелированию вы-	ПК-2	пороговый и базовые уровни первого этапа освоения компетенции в рамках первой части модуля.	модуль: Экономическая теория

	явленных проблем и противоречий с целью обеспечения положительной динамики социально-экономического развития			
--	--	--	--	--

- **пороговый уровень дает общее представление о виде деятельности, основных закономерностях функционирования объектов профессиональной деятельности, методов и алгоритмов решения практических задач;*

*-**базовый уровень** позволяет решать типовые задачи, принимать профессиональные и управленческие решения по известным алгоритмам, правилам и методикам;*

*-**повышенный уровень** предполагает готовность решать практические задачи повышенной сложности, нетиповые задачи, принимать профессиональные и управленческие решения в условиях неполной определенности, при недостаточном документальном, нормативном и методическом обеспечении.*

Исходящие компетенции:

№	Компетенция	Код	Уровень освоения, определяемый этапом формирования компетенции	Название дисциплины (модуля), практики, научных исследований для которых данная компетенция является входной
1	способность выявлять актуальные проблемы экономической теории, особенности экономических явлений и закономерности развития экономических процессов с использованием принципов экономических методологических школ;	ПК-1	повышенный уровень второго и третьего этапа освоения компетенции в рамках второй и третьей части модуля.	модуль: Экономическая теория
2	способность выявлять актуальные проблемы экономической теории, особенности экономических явлений и закономерности развития экономических процессов с использованием принципов экономических методологических школ;	ПК-1	повышенный уровень четвертого этапа освоения компетенции в рамках практики	Научно-исследовательская практика
3	способность выявлять актуальные проблемы экономической теории, особенности экономических явлений и закономерности развития экономических процессов с использованием принципов экономических методологических школ;	ПК-1	повышенный уровень распределенного этапа освоения компетенции в рамках практики	Научные исследования
4	способность выявлять актуальные проблемы экономической теории, особенности экономических явлений и закономерности развития экономических процессов с использованием	ПК-1	повышенный уровень конечного этапа освоения компетенции в рамках ГИА	Государственная итоговая аттестация

	принципов экономических методологических школ;			
5	способность проводить анализ, оценку проблем и противоречий экономического развития, обосновывать динамику основных экономических показателей на микро-, макро-, мезоуровнях и разрабатывать рекомендации по нивелированию выявленных проблем и противоречий с целью обеспечения положительной динамики социально-экономического развития	ПК-2	повышенный уровень второго и третьего этапа освоения компетенции в рамках второй и третьей части модуля.	модуль: Экономическая теория
6	способность проводить анализ, оценку проблем и противоречий экономического развития, обосновывать динамику основных экономических показателей на микро-, макро-, мезоуровнях и разрабатывать рекомендации по нивелированию выявленных проблем и противоречий с целью обеспечения положительной динамики социально-экономического развития	ПК-2	повышенный уровень четвертого этапа освоения компетенции в рамках практики	Научно-исследовательская практика
7	способность проводить анализ, оценку проблем и противоречий экономического развития, обосновывать динамику основных экономических показателей на микро-, макро-, мезоуровнях и разрабатывать рекомендации по нивелированию выявленных проблем и противоречий с целью обеспечения положительной динамики социально-экономического развития	ПК-2	повышенный уровень распределенного этапа освоения компетенции в рамках практики	Научные исследования
8	способность проводить анализ, оценку проблем и противоречий экономического развития, обосновывать динамику основных экономических показателей на микро-, макро-, мезоуровнях и разрабатывать рекомендации по нивелированию выявленных проблем и противоречий с целью обеспечения положительной динамики социально-экономического развития	ПК-2	повышенный уровень конечного этапа освоения компетенции в рамках ГИА	Государственная итоговая аттестация

2. Перечень результатов обучения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций.

Планируемые результаты обучения по дисциплине

№	Формируемые компетенции	Код	Знать	Уметь	Владеть
1	способность на основе описания экономических процессов и явлений строить эконометрические модели, анализировать полученные результаты, прогнозировать развитие экономических процессов, формировать обоснованные управленческие решения.	ПК-3	-компонентный анализ временных рядов; - типы процессов, представленные временными рядами (TSP, DSP); - тесты на единичные корни и их модификации; - модели ARIMA/SARIMA; - теорию коинтеграции временных рядов. - тесты на структурные изменения временных рядов; - динамические эконометрические модели (ADL, DL, ECM) -модели с условной гетероскедастичностью.	- определять структуру временного ряда на основе спектрального анализа и анализа коррелограмм ACF и PACF; - определять типы процессов, представленные временными рядами на основе различных процедур (например, с использованием пятиэтапной процедуры применения теста ADF); - идентифицировать порядки, проводить селекцию, оценку и диагностику моделей ARIMA, SARIMA - определять структуру лага и выбирать вид модели с распределенным лагом; - представлять модель ADL в виде ECM; - идентифицировать порядки, проводить селекцию, оценку и диагностику моделей ARCH/GARCH -строить научно-обоснованные прогнозы, проводить корректную интерпретацию результатов на основе эконометрического динамического моделирования;	- построением прогнозов финансовых показателей и социально-экономических процессов; - моделированием сезонных и циклических колебаний; - моделированием тенденции временного ряда при наличии структурных изменений; - построения адекватных моделей ARIMA, SARIMA, ARCH/GARCH, ADL, ECM ; - навыками работы программными средствами эконометрического моделирования; навыками проведения анализа внутренней структуры различных процессов, представленных временными рядами; -определения взаимосвязи временных рядов на основе теории коинтеграции и с использованием динамического моделирования, для корректных принятий управленческих решений.

3. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц (252 часа).

Трудоемкость дисциплины по видам работ

Вид работы	Трудоемкость, час.	
	3 семестр 108 часов /3 ЗЕ	4 семестр 144 часа /4 ЗЕ
Лекции (Л)	6	4
Практические занятия (ПЗ)	8	6
Лабораторные работы (ЛР)		
КСР		
Курсовая проект работа (КР)		
Расчетно - графическая работа (РГР)		
Самостоятельная работа (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам, рубежному контролю и т.д.)	85	98
Подготовка и сдача экзамена		36
Подготовка и сдача зачета	9	
Вид итогового контроля (зачет, экзамен)	зачет	экзамен

Содержание разделов и формы текущего контроля

№	Наименование и содержание раздела	Количество часов						Литература, рекомендуемая студентам*	Виды интерактивных образовательных технологий**
		Аудиторная работа				СРС	Всего		
		Л	ПЗ	ЛР	КСР				
1	Типы случайных процессов, представленные временными рядами: Понятие детерминированного тренда и процесса случайного блуждания, в том числе с дрейфом. Стационарность случайных стохастических процессов в широком и узком смысле. Разделение DS и TS процессов. Интегрируемые стохастические процессы, порядок интегрируемости. Тест Дикки-Фуллера. Определение порядка интегрируемости. Расширенный тест Дики-Фуллера. Подход Доладо-Дженкинсона-Сосвила-Риверо. Тест на сезонную интегрируемость Дики, Хаза, Фуллера. Тест Филиппса-Перрона. Процесс белого шума.	2	2			38	42		<i>лекция-визуализация, проблемное обучение, обучение на основе опыта</i>
2	Компонентный анализ временных рядов: Общее представление об анализе временных рядов и задач, решаемых на его основе. Общие положения о компонентном анализе временных рядов. Методы определения детерминированного тренда в структуре временного ряда. Метод выделения трендовой составляющей во временном ряду на основе подбора гладких функций. Метод скользящих средних для выделения тренда. Выделение сезонной компоненты (аддитивная и мультипликативная модели). Применение спектрального анализа для определения наличия структурных компонент вре-	2	4			41	47		<i>лекция-визуализация, проблемное обучение, обучение на основе опыта</i>

	менного ряда. Оценка сезонной компоненты с помощью тригонометрических функций. Оценка сезонной компоненты методом сезонных индексов. Оценка сезонной компоненты методом фиктивных переменных.								
3	Модели нестационарных случайных процессов ARIMA/SARIMA: Определение авторегрессионных (AR) процессов. Модели скользящих средних (MA). Авторегрессионные (ARMA) модели скользящей средней. Автокорреляционная функция (АКФ) и ее свойства. Частная автокорреляционная функция (ЧАКФ) и ее свойства. Критерий для ARMA процессов Лjungга – Бокса. Идентификация модели ARMA по коррелограммам АКФ и ЧАКФ. Проверка адекватности построенной ARMA -модели. ARIMA-модели. Подход Бокса-Дженкинса. Идентификация моделей. Сезонные ARIMA-модели (SARIMA). Селекция моделей на основе информационных критериев. Виды структурных изменений временных рядов (скачки, изломы). Тесты на структурные изменения временных рядов: Тест Перрона, Тест Чоу с заранее известной точкой излома, Тест Рамсея, Тест Квандта-Эндрюса. Методы избавления от структурных изломов: подход Гуаратти.	2	2			37	41		лекция-визуализация, проблемное обучение, обучение на основе опыта
4	Модели условной гетероскедастичности: Замечания Мандельброта о кластеризации волатильности. Введение понятия условной и безусловной дисперсии. Определение модели авторегрессионной условной гетероскедастично-	2	2			49	53		лекция-визуализация, проблемное обучение, обучение на

	сти (ARCH-модели). Идентификация ARCH-модели (определение порядка авторегрессии условной дисперсии) на основе χ^2 -критерия. Спецификация модели: определение наличия ARCH-эффектов на основе теста Уайта. Оценка методом максимального правдоподобия ARCH-модели, проверка достоверности полученных коэффициентов модели. Обобщение ARCH-модели – GARCH-модель. Пример применения GARCH-модели для предсказания долларовых активов в евро. Применение волатильности GARCH-модели для определения годовой волатильности в теории финансов. Идентификация GARCH-модели (определение порядков модели) на основе критерия Лjung-Бокса. Оценка методом максимального правдоподобия GARCH-модели, проверка достоверности полученных коэффициентов модели.								<i>основе опыта</i>
5	Динамические эконометрические модели: определение взаимосвязи временных рядов на основе теории коинтеграции, причинность по Гренджеру, коинтеграционное соотношение, тест Ингла-Гренджера. Типы динамических эконометрических моделей. Определение DL-моделей. Понятие лаговых переменных. Классификация DL-моделей. Примеры применения DL-моделей. Определение максимальной длины лага запаздывания для DL-моделей с помощью кросскоррелограмм. Интерпретация параметров DL-моделей. Изучение структуры лага для DL-моделей. Оценка DL-моделей методом	2	4			63	69		<i>лекция-визуализация, проблемное обучение, обучение на основе опыта</i>

Алмон. Авторегрессионные модели с распределенными лагами ADL, интерпретация модели в виде ЕСМ. Расчет мультипликаторов отсроченного эффекта по динамическим моделям. Схема составления прогнозных моделей. Информационная база прогнозирования. Прогнозирование на основе динамических эконометрических моделей. Доверительные интервалы в прогнозах. Проверка прогностической ценности прогнозов.									
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Занятия, проводимые в интерактивной форме, составляют 100% от общего количества аудиторных часов по дисциплине Эконометрика временных рядов.

Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Определение типа случайного процесса, представленного временным рядом	2
2	2	Определение структуры временного ряда на основе компонентного анализа	4
3	3	Построение моделей нестационарных случайных процессов ARIMA/SARIMA	2
4	3	Построение моделей условной гетероскедастичности ARCH/GARCH	2
5	4	Построение динамических моделей взаимосвязи двух временных рядов DL/ADL	4

4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1 Типы случайных процессов, представленные временными рядами.

Вопросы для самостоятельного изучения (подготовке к обсуждению):

1. Тесты на единичный корень: Лейбурна, Шмидта-Филлипса, Квятковского-Филлипса-Шмидта-Шина

Расчетные задания (задачи и пр.):

2. Применить тест Перрона для определения типа процесса при возможном структурном скачке/изломе. Возможную точку излома определить на основе теста Квандта-Эндрюса.
3. определить к какому типу процесса относится временной ряд (при 1, 5 и 10 % уровне значимости), применив тест Филиппса-Перрона

Тема 2 Компонентный анализ временных рядов.

Вопросы для самостоятельного изучения (подготовке к обсуждению):

4. Циклическая компонента и ее согласование с классической теорией об экономических циклах и теорией о циклах фондовых рынка.

Расчетные задания (задачи и пр.):

5. Применить метод сезонного разложения (Census I, Census II).
6. протестировать ряд на наличие нелинейного детерминированного тренда, используя метод Заренбеки и Бокса-Кокса

Тема 3 Модели нестационарных случайных процессов ARIMA/SARIMA.

Вопросы для самостоятельного изучения (подготовке к обсуждению):

7. Нелинейные ARIMA.

Расчетные задания (задачи и пр.):

8. Построение ARIMA/SARIMA с учетом структурных изломов и скачков (введение в модель фиктивных переменных, отвечающих за скачок в тенденции и/или излом).

Тема 4 Модели условной гетероскедастичности.

Вопросы для самостоятельного изучения (подготовке к обсуждению):

9. Асимметричные модели условной гетероскедастичности (TARCH, E-GARCH), эффект леввереджа.

10. Модели условной гетероскедастичности в среднем ARCH-M

Расчетные задания (задачи и пр.):

11. Тестировать модели с условной гетероскедастичности на эффект асимметричной составляющей
12. Построить модель TARЧН.
13. Построить модель E-GARCH
14. Провести селекцию моделей TARЧН, E-GARCH
15. Оценить (если имеется) эффект рычага.

Тема 5 Динамические эконометрические модели:.

Вопросы для самостоятельного изучения (подготовке к обсуждению):

16. Модель коррекции ошибки
17. Метод Койка для DL-моделей с бесконечной структурой лага.

Расчетные задания (задачи и пр.):

18. Перестроить модель ADL в виде ЕСМ, проинтерпретировать краткосрочный и долгосрочный мультипликатор (отклик).

5. Фонд оценочных средств

Оценка уровня освоения дисциплины осуществляется в виде текущего и промежуточного контроля успеваемости аспирантов университета, и на основе критериев оценки уровня освоения дисциплины.

Контроль представляет собой набор заданий и проводится в форме контрольных мероприятий по оцениванию фактических результатов обучения студентов и осуществляется ведущим преподавателем.

Объектами оценивания выступают:

- учебная дисциплина (активность на занятиях, своевременность выполнения различных видов заданий, посещаемость всех видов занятий по аттестуемой дисциплине и пр.);
- степень усвоения теоретических знаний;
- уровень овладения практическими умениями и навыками по всем видам учебной работы;
- результаты самостоятельной работы.

Активность обучающегося на занятиях оценивается на основе выполненных работ и заданий, предусмотренных ФОС дисциплины.

Оценивание проводится преподавателем независимо от наличия или отсутствия обучающегося (по уважительной или неуважительной причине) на занятии. Оценка носит комплексный характер и учитывает достижения обучающегося по основным компонентам учебного процесса за текущий период.

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Уровень освоения, определяемый этапом формирования компетенции	Наименование оценочного средства*
1	Типы случайных процессов, представленные временными рядами:	ПК-3	<i>Пороговый, базовый</i>	<i>Кейс 1, Типовые задачи, контрольные вопросы</i>

2	Компонентный анализ временных рядов	ПК-3	<i>Пороговый, базовый</i>	<i>Кейс 2, контрольные вопросы</i>
3	Модели нестационарных случайных процессов ARIMA/SARIMA	ПК-3	<i>Пороговый, базовый</i>	<i>Кейс 3, контрольные вопросы</i>
4	Модели условной гетероскедастичности	ПК-3	<i>Базовый, продвинутый</i>	<i>Кейс 4, контрольные вопросы</i>
5	Динамические эконометрические модели	ПК-3	<i>Базовый, продвинутый</i>	<i>Кейс 5, комплексное задание, контрольные вопросы</i>

Зачет.

- оценка «зачтено» выставляется аспиранту, если выполнены задания-кейсы 1, 2, 3 из ФОС и контрольная работа на оценку не ниже «удовлетворительно»;
- оценка «не зачтено» выставляется аспиранту, если хотя бы по одному заданию-кейсу 1 или 2 или 3 получена оценка «не удовлетворительно»;

Вопросы к экзамену

1. Понятие временного ряда. Общие положения о временных рядах. Определение временного ряда через случайные стохастические процессы.
2. Понятие детерминированного тренда и процесса случайного блуждания, в том числе с дрейфом. Процесс белого шума.
3. Стационарность случайных стохастических процессов в широком и узком смысле. Разделение DS и TS процессов. Подход Доладо-Дженкинсона-Сосвила-Риверо.
4. Интегрируемые стохастические процессы, порядок интегрируемости. Тест Дикки-Фуллера. Определение порядка интегрируемости. Расширенный тест Дики-Фуллера.
5. Тест на сезонную интегрируемость Дики, Хаза, Фуллера. Тест Филиппса-Перрона.
6. Общие положения о компонентном анализе временных рядов.
7. Методы определения детерминированного тренда в структуре временного ряда.
8. Метод выделения трендовой составляющей во временном ряду на основе подбора гладких функций.
9. Метод скользящих средних для выделения тренда.
10. Выделение сезонной компоненты (аддитивная и мультипликативная модели).
11. Применение спектрального анализа для определения наличия структурных компонент временного ряда. Понятия спектральной плотности и спектрального окна. Методы построения спектральных окон.
12. Оценка сезонной компоненты с помощью тригонометрических функций. Оценка сезонной компоненты методом сезонных индексов. Оценка сезонной компоненты методом фиктивных переменных.
13. Определение авторегрессионных (AR) процессов. Модели скользящих средних (MA). Авторегрессионные (ARMA) модели скользящей средней.
14. Автокорреляционная функция (АКФ) и ее свойства. Частная автокорреляционная функция (ЧАКФ) и ее свойства.

15. Критерий для ARMA процессов Лjunga –Бокса. Идентификация модели ARMA по коррелограммам АКФ и ЧАКФ.
16. Проверка адекватности построенной ARMA -модели.
17. ARIMA-модели. Подход Бокса-Дженкинса. Идентификация моделей.
18. Сезонные ARIMA-модели (SARIMA).
19. Селекция моделей ARIMA на основе информационных критериев.
20. Виды структурных изменений временных рядов (скачки, изломы).
21. Тесты на структурные изменения временных рядов: Тест Перрона, Тест Чоу с заранее известной точкой излома, Тест Рамсея, Тест Квандта-Эндрюса.
22. Методы избавления от структурных изломов: подход Гуаратти.,
23. Замечания Мандельброта о кластеризации волатильности. Введение понятия условной и безусловной дисперсии.
24. Определение модели авторегрессионной условной гетероскедастичности (ARCH-модели).
25. Идентификация ARCH-модели (определение порядка авторегрессии условной дисперсии) на основе χ^2 -критерия.
26. Спецификация модели: определение наличия ARCH-эффектов на основе теста Уайта.
27. Оценка методом максимального правдоподобия ARCH-модели, проверка достоверности полученных коэффициентов модели.
28. Обобщение ARCH-модели – GARCH-модель.
29. Применение волатильности GARCH-модели для определения годовой волатильности в теории финансов.
30. Идентификация GARCH-модели (определение порядков модели) на основе критерия Лjunga-Бокса.
31. Оценка методом максимального правдоподобия GARCH-модели, проверка достоверности полученных коэффициентов модели.
32. Определение взаимосвязи временных рядов на основе теории коинтеграции, причинность по Гренджеру, коинтеграционное соотношение, тест Ингла-Гренджера.
33. Типы динамических эконометрических моделей. Определение DL-моделей. Понятие лаговых переменных. Классификация DL-моделей. Примеры применения DL-моделей.
34. Определение максимальной длины лага запаздывания для DL-моделей с помощью кросскоррелограмм.
35. Интерпретация параметров DL-моделей. Изучение структуры лага для DL-моделей. Оценка DL-моделей методом Алмон.
36. Авторегрессионные модели с распределенными лагами ADL, интерпретация модели в виде ЕСМ.
37. Расчет мультипликаторов отсроченного эффекта по динамическим моделям.
38. Схема составления прогнозных моделей. Информационная база прогнозирования.
39. Прогнозирование на основе динамических эконометрических моделей.
40. Доверительные интервалы в прогнозах.
41. Проверка прогностической ценности прогнозов.

К сдаче экзамена допускаются аспиранты, выполнившие задания-кейсы 3 и 4 на оценку не менее, чем «Удовлетворительно».

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется аспиранту, если он ответил полностью развернуто на два любых, предложенных ему вопроса и полностью справился с комплексным заданием;

- оценка «хорошо» выставляется аспиранту, если он ответил полностью развернуто хотя бы на один из предложенных ему вопросов и полностью справился с комплексным заданием
- оценка «удовлетворительно» выставляется аспиранту, если он либо ответил полностью развернуто на два любых, предложенных ему вопроса, либо полностью справился с комплексным заданием;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется аспиранту, если он не ответил полностью развернуто ни на один из предложенных ему вопросов и полностью не справился с комплексным заданием.

Типовые оценочные материалы

1. Кейс-задача 1

Раздел (тема) дисциплины: **Типы случайных процессов, представленные временными рядами**

Задание :

Базовый уровень: Выбрать любой экономический процесс, представленный временным рядом не менее, чем в пятилетней ретроспективе: согласно процедуре Доладо-Дженкинсона-Сосвила-Риверо определить к какому типу процесса относится временной ряд (при 1, 5 и 10 % уровне значимости), имеется ли в процессе детерминированный и/или стохастический тренд, определить TS, DS ($I(1)$, $I(2)$ или $I(0)$), TS+DS процесс определяет структура ряда. Для выполнения задания использовать пятиэтапную процедуру последовательного применения расширенного теста Дики-Фуллера (ADF), сопровождая ее анализом коррелограмм АКФ и ЧАКФ как исходного ряда, так и его последовательных разностей первого и второго порядка. Возможно применение спектрального анализа для выявления типа процесса. Определить качество применения тестов на основе различных статистических характеристик, определить целесообразность включения лаговых переменных на основе информационных критериев. Определить возможную сезонную интегрируемость процесса, применив тест Дики-Фуллера-Хаза. В качестве информационных средств выполнения задания рекомендуется использовать Eviews, R.

Повышенный уровень: Применить тест Перрона для определения типа процесса при возможном структурном скачке/изломе. Возможную точку излома определить на основе теста Квандта-Эндрюса.

Дополнительное задание (необязательное): определить к какому типу процесса относится временной ряд (при 1, 5 и 10 % уровне значимости), применив тест Филиппса-Перрона. изучить следующие тесты на единичный корень: Лейбурна, Шмидта-Филлипса, Квятковского-Филлипса-Шмидта-Шина.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется аспиранту, при выполнении базового и повышенного уровней задания, а также при выполнении дополнительного задания.
- оценка «хорошо» выставляется аспиранту, при выполнении базового уровня задания, а также при выполнении дополнительного задания;
- оценка «удовлетворительно» выставляется аспиранту, при выполнении базового уровня задания, но при этом возможно допущение следующих ошибок: нет оценки качества проведенных тестов, нет совмещенных выводов относительно этапов проведения тестов ADF и анализа коррелограмм, некачественно проведен тест на сезонную интегрируемость при в целом верно определенном типе процесса.

- оценка «неудовлетворительно» выставляется аспиранту, при невыполнении базового уровня задания, то есть, если тип процесса, представленного временным рядом, был неверно идентифицирован.

2. Комплект заданий для практической работы 1

Раздел (тема) дисциплины **Типы случайных процессов, представленные временными рядами**

Вариант 1

При условии, что $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$:

- а). Проверьте, является ли данный процесс стационарным в широком смысле;
 - б). Проверьте, является ли данный процесс обратимым
 - в) Если процесс нестационарный, то определите его степень интеграции
- $$y_t = 2 + y_{t-1} + \varepsilon_t + 0,6\varepsilon_{t-1};$$

Вариант 2

При условии, что $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$:

- а). Проверьте, является ли данный процесс стационарным в широком смысле;
 - б). Проверьте, является ли данный процесс обратимым
 - в) Если процесс нестационарный, то определите его степень интеграции
- $$y_t = -5 + y_{t-1} + \varepsilon_t - 2\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2}$$

Вариант 3

. При условии, что $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$:

- а). Проверьте, является ли данный процесс стационарным в широком смысле;
 - б). Проверьте, является ли данный процесс обратимым
 - в) Если процесс нестационарный, то определите его степень интеграции
- $$y_t = 1 + 0,9y_{t-1} + \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2}$$

Вариант 4

При условии, что $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$:

- а). Проверьте, является ли данный процесс стационарным в широком смысле;
 - б). Проверьте, является ли данный процесс обратимым
 - в) Если процесс нестационарный, то определите его степень интеграции
- $$y_t = 1 - 0,5y_{t-1} + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1};$$

Вариант 5

При условии, что $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$:

- а). Проверьте, является ли данный процесс стационарным в широком смысле;
 - б). Проверьте, является ли данный процесс обратимым
 - в) Если процесс нестационарный, то определите его степень интеграции
- $$y_t = -2y_{t-1} + \varepsilon_t + 3\varepsilon_{t-1};$$

Вариант 6

При условии, что $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

- а). Проверьте, является ли данный процесс стационарным в широком смысле;
 - б). Проверьте, является ли данный процесс обратимым
 - в) Если процесс нестационарный, то определите его степень интеграции
- $$y_t = 1,2 + 0,9y_{t-1} - 0,2y_{t-2} + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$$

Вариант 7

При условии, что $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

- а). Проверьте, является ли данный процесс стационарным в широком смысле;
 - б). Проверьте, является ли данный процесс обратимым
 - в) Если процесс нестационарный, то определите его степень интеграции
- $$y_t = -3,2 - 0,6y_{t-1} + \varepsilon_t + 0,1\varepsilon_{t-1} - 0,3\varepsilon_{t-2}$$

Вариант 8

При условии, что $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

- а). Проверьте, является ли данный процесс стационарным в широком смысле;
 - б). Проверьте, является ли данный процесс обратимым
 - в) Если процесс нестационарный, то определите его степень интеграции
- $$y_t = 0,6 + 0,3y_{t-1} + 0,4y_{t-2} + \varepsilon_t - 0,7\varepsilon_{t-1}$$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется аспиранту, если он верно оценил является ли процесс стационарным, обратимым, и верно определил порядок интеграции процесса.
- оценка «хорошо», если аспирант верно оценил, является ли процесс стационарным и обратимым,
- оценка «удовлетворительно», если аспирант верно оценил является ли процесс стационарным или нет,
- оценка «неудовлетворительно» выставляется аспиранту, если он полностью не справился с заданием.

3. Кейс-задача 2

Раздел (тема) дисциплины: **Компонентный анализ временных рядов**

Задание:

Базовый уровень: В качестве исходной информации выбрать временной ряд, имеющий в предположении сезонный эффект изменения динамики ретроспективы, (не менее 60 наблюдений (ежемесячные, ежеквартальные) показателей национальной экономики). Проверить качество ретроспективной информации согласно требованиям, предъявляемым к информационной базе прогнозирования (сопоставимость, представительность, полнота, отсутствие структурных изломов и скачков, одинаковая методика расчета показателя на всей ретроспективе). Определить структуру исходного ряда на основе визуального анализа. Сделать предположения о наличии сезонной/циклической составляющей, и о ее способе вхождения в структуру ряда (мультипликативно или аддитивно). Определить наличие детерминированного тренда на основе: визуального анализа графика исходных данных; теоретических предпосылок о наличии тренда; спектрального анализа;

анализа коррелограмм АКФ и ЧАКФ; теста Форестера-Стюарта (расширенного теста Дики-Фуллера). Выделить трендовую составляющую: методом подбора гладкой функции, методом построения различного рода скользящих средних. Учесть при построении скользящих средних возможную сезонность/цикличность. Удалить детерминированный тренд из исходного ряда, учитывая, что метод выделения тренда методом скользящих средних может влиять на сезонную компоненту. Определить наличие в остатках, оставшихся после удаления тренда, сезонной/циклической компоненты на основе: визуального анализа графика исходных данных; теоретических предположений о наличии детерминированного тренда; спектральный анализ; анализ коррелограмм АКФ и ЧАКФ. Выделить сезонную компоненту: методом подбора гармоник различного периода, методом сезонных индексов, методом введения фиктивных переменных, методом сезонного разложения. Провести селекцию методов выделения сезонности. Удалить сезонную/циклическую компоненту. Объяснить выделенных компонент с экономической точки зрения. В качестве информационных средств выполнения задания рекомендуется использовать Eviews, R.

Повышенный уровень: Применить метод сезонного разложения (Census I, Census II).

Дополнительное задание (необязательное): протестировать ряд на наличие нелинейного детерминированного тренда, используя метод Заренбеки и Бокса-Кокса.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется аспиранту, при выполнении базового и повышенного уровней задания, а также при выполнении дополнительного задания.

- оценка «хорошо» выставляется аспиранту, при выполнении базового уровня задания, а также при выполнении дополнительного задания;

- оценка «удовлетворительно» выставляется аспиранту, при выполнении базового уровня задания, но при этом возможно допущение следующих ошибок: нет качественного сравнительного анализа методов выделения либо детерминированного тренда, либо сезонной составляющей, нет развернутых выводов относительно структуры временного ряда в целом, имеется ряд неточностей при выделении компонент из структуры ряда, не сказывающихся в целом на общем исследовании временного ряда, проведенное компонентным анализом.

- оценка «неудовлетворительно» выставляется аспиранту, при невыполнении базового уровня задания, то есть, если структура временного ряда была неверно идентифицирована.

- Комплект заданий для практической работы 2

1. Дан следующий временной ряд:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Yt	24,2	30,4	33,5	25	39,7	42,8	49	28	29,5	30,5	76,4

Определить значение тренда в 6-ой точке ряда, на простом скользящем среднем, определенном для 5-ти точек.

2. Дан следующий временной ряд:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Yt	24,2	30,4	33,5	25	39,7	42,8	49	28	29,5	30,5	76,4

Определить значение тренда в 8-ой точке ряда, на простом скользящем среднем, определенном для 7-ти точек.

3. Дан следующий временной ряд:

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Yt	24,2	30,4	33,5	25	39,7	42,8	49	28	29,5	30,5	76,4

Определить значение тренда в 6-ой точке ряда, на простом скользящем среднем, построенном на

5и точках с весами $\frac{1}{15}[-1,5,7,...]$

4. Кейс-задача 3

Раздел (тема) дисциплины: **Модели нестационарных случайных процессов ARIMA/SARIMA**

Задание:

Базовый уровень: В качестве исходной информации выбрать тот же временной ряд, что и для кейс-задания 1. Исходя из ранее определенного типа процесса, перейти к стационарности. Идентифицировать порядки ARIMA- модели p и q на основе анализа коррелограмм и используя критерий Лjung-Бокса. Для построения модели SARIMA определить лаг сезонного сдвига S (на основе анализа коррелограмм АКФ и ЧАКФ) и идентифицировать порядки P (сезонной авторегрессии) и Q (сезонной скользящей средней) на основе анализа коррелограмм и спектрограмм. Оценить параметры ARIMA/SARIMA модели методом наименьших квадратов. Провести графический анализ единичных корней построенной модели. Оценить качество модели на основе индекса детерминации R^2 . Провести селекцию моделей (отбор лучшей) либо на основе критериев Акайке и Шварца, либо на основе минимума суммы квадратов отклонений. Провести процедуру адекватности построенной модели на основе соответствия остатков (ошибок) модели процессу белого шума (на основе анализа коррелограмм). В качестве информационных средств выполнения задания рекомендуется использовать Eviews, R.

Повышенный уровень: Построение ARIMA/SARIMA с учетом структурных изломов и скачков (введение в модель фиктивных переменных, отвечающих за скачок в тенденции и/или излом).

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется аспиранту, при выполнении базового и повышенного уровней задания.
- оценка «хорошо» выставляется аспиранту, при выполнении базового уровня задания.
- оценка «удовлетворительно» выставляется аспиранту, при выполнении базового уровня задания, но при этом возможно допущение следующих ошибок: нет качественно проведенной селекции модели, отсутствует анализ корней характеристического уравнения на предмет возможной необратимости случайного процесса, представленного временным рядом.
- оценка «неудовлетворительно» выставляется аспиранту, при невыполнении базового уровня задания, то есть, если модели не были качественно построены (неверно идентифицированы порядки).

5. Кейс-задача 4

Раздел (тема) дисциплины: **Модели условной гетероскедастичности**

Задание:

Базовый уровень: После построения модели временных рядов (любой) протестировать остатки модели на наличие гетероскедастичности (наличия ARCH-эффектов) согласно тесту Уайта. Идентифицировать порядок ARCH-модели. Провести оценку параметров ARCH-модели методом максимального правдоподобия. При необходимости использовать метод квазimaxимального правдоподобия. Проверить адекватность построенной ARCH-модели на основании спектрограммы остатков и анализа коррелограмм. Протестировать остатки модели временных рядов на наличие GARCH-эффектов на основе коррелограмм квадратов стандартизированных остатков. Идентифицировать порядки GARCH-модели. Провести оценку GARCH-модели методом максимального правдоподобия. Проверить адекватность построенной GARCH-модели на основании спектрограммы остатков и анализа коррелограмм. Проверить нормальность распределения остатков согласно любому тесту на нормальность (например, тест Бера-Жарка). Провести селекцию ARCH и

GARCH моделей на основе информационных критериев. Провести экономический анализ с приведением прогноза, согласно построенной модели (для модели среднего и для модели условной дисперсии). Прогноз строится на период упреждения $T/4$, где T – общее число временных интервалов исходного ряда. В качестве информационных средств выполнения задания рекомендуется использовать Eviews, R.

Повышенный уровень: Исходными данными для построения асимметричных ARCH являются остатки после построения обычной GARCH(p, q) – модели. Необходимо сохранить эти остатки как отдельный ряд и привести их к стандартизованному виду. Построить кросс-коррелограмму между стандартизованными остатками и ими же смещенными на k лагов. Провести анализ коррелограммы на значимость асимметрических составляющих в модели. Проверить значимость асимметрических моделей с помощью теста Вальда. Провести оценку TARARCH и EGARCH моделей, проверить значимость их параметров и оценить «эффекта рычага». Провести идентификацию моделей – определить порядки (количество лагов запаздывания) в моделях. Провести селекцию моделей TARARCH и EGARCH на основании значимости F-статистики и минимума критериев Акайке и Шварца. Проверить адекватность построенной модели на основании спектрограммы или коррелограмм остатков. Провести интерпретацию полученных результатов.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется аспиранту, при выполнении базового и повышенного уровней задания.
- оценка «хорошо» выставляется аспиранту, при выполнении базового уровня задания без существенных замечаний.
- оценка «удовлетворительно» выставляется аспиранту, при выполнении базового уровня задания, но при этом возможно допущение следующих ошибок: нет качественно проведенной селекции модели, порядки ARCH или GARCH моделей неверно идентифицированы. Не подобрано распределение остатков.
- оценка «неудовлетворительно» выставляется аспиранту, при невыполнении базового уровня задания, то есть, если при наличии явных ARCH эффектов, модели ARCH/GARCH не были построены.

6. Кейс-задача 5

Раздел (тема) дисциплины: **Динамические эконометрические модели**

Задание:

Базовый уровень: Выбрать зависимую и независимую (лаговую) переменные, представленные временными рядами. Временные ряды, выражающие переменные должны быть одинаковой длины. Определить, являются ли ряды коинтегрированными, на основе теста Ингла-Гренджера, используя построение коинтеграционного соотношения. Определить длину максимального лага запаздывания для независимой переменной, используя простую регрессию на основе значимости лаговых переменных со сдвигом на лаги запаздывания различной длины (использовать критерий Стьюдента или информационные критерии) или анализируя кросс-коррелограммы. Оценить параметры модели с распределенными лагами методом полиномиальных лагов. Построить ADL-модель при условии выполнения допущения о коинтегрируемости переменных. Провести интерпретацию коэффициентов моделей на основе расчета долгосрочных и краткосрочных мультипликаторов. Для DL-модели дополнительно определить медианный лаг запаздывания. Сделать выводы. В качестве информационных средств выполнения задания рекомендуется использовать Eviews, R.

Повышенный уровень: Перестроить модель ADL в виде ECM, проинтерпретировать краткосрочный и долгосрочный мультипликатор (отклик).

.Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется аспиранту, при выполнении базового и повышенного уровней задания.
- оценка «хорошо» выставляется аспиранту, при выполнении базового уровня задания без существенных замечаний.
- оценка «удовлетворительно» выставляется аспиранту, при выполнении базового уровня задания, но при этом возможно допущение следующих ошибок: неверно определен лаг запаздывания, некачественно проведена процедура коинтеграции временных рядов.
- оценка «неудовлетворительно» выставляется аспиранту, при невыполнении базового уровня задания, то есть, модель либо не построена, либо параметры модели оценены методом наименьших квадратов при отсутствии коинтеграции временных рядов.

7. Комплексное задание.

Ф. Бречлинг на основе квартальных данных 1950-1960 гг. по Великобритании исследовал зависимость между уровнем занятости (E_t) и объемом выпуска продукции (Q_t) на основе модели неполной (или частичной корректировки). В основу модели была положена предпосылка о том, что в долгосрочной перспективе существует желаемый уровень занятости (E_t^*), который есть функция от объема выпуска и времени t . Предлагается проверить описанную предпосылку на основе российских данных об уровне занятости и индексе выпуска товаров услуг по базовым видам деятельности.

Для решения поставленной задачи вам необходимо ответить на следующие вопросы.

1. Каковы ваши предположения о направлении и характере взаимосвязи?
 2. Оцените долгосрочный эффект этой взаимосвязи и дайте содержательную интерпретацию.
 3. Оцените краткосрочный эффект этой взаимосвязи и дайте содержательную интерпретацию.
 4. Согласуются ли ваши выводы с предположением Ф. Бречлинга.
 5. Дайте экономически содержательный анализ результатов оценивания модели.
- Рекомендации и пояснения к задаче.

1. Общий вид модели неполной корректировки описывается уравнением:

$$y_t^* = a + b \cdot x_t + u_t,$$

y_t^* - ожидаемое (желаемое) значение результативного признака, которое не всегда является наблюдаемым.

Формирование ожиданий экономических агентов происходит по схеме:

$$y_t - y_{t-1} = \beta \cdot (y_t^* - y_{t-1}) + \varepsilon_t, \quad 0 < \beta < 1.$$

2. При выборе способа оценивания параметров модели учесть (предварительно проанализировав) стохастическую природу остатков.
3. Учесть в структуре рядов возможную сезонность.
4. Учесть, что иногда оптимальное значение y_t^* зависит не только от текущего значения x_t , но и от его лаговых значений.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

6.1 Основная литература

1. Эконометрика : учебник для магистров / Санкт-Петербургский государственный экономический университет ; под ред. И. И. Елисеевой .— Москва : Юрайт, 2014 .— 449 с. : ил. ; 21 см .— (Магистр) .— ОГЛАВЛЕНИЕ [кликните на URL->](#) .— Библиогр.: с. 430-432 .— [URL:http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Ekonometrika_Eliseeva_2014.pdf](http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Ekonometrika_Eliseeva_2014.pdf) >.

2. Лакман, И. А. Эконометрические модели волатильности. Реализация в пакете EVIEWS : учебное пособие / И. А. Лакман, Д. Р. Богданова ; ФГБОУ ВПО УГАТУ, кафедра вычислительной математики и кибернетики .— Уфа : УГАТУ, 2012 .— 80 с. : ил. ; 21 см .

6.2 Дополнительная литература

1. Эконометрика : учебник / под ред. В. С. Мхитаряна .— Москва : Проспект, 2014 .— 384 с. : ил. ; 21 см .— ОГЛАВЛЕНИЕ [кликните на URL->](#) .— Библиогр.: с. 376-377 .— ISBN 978-5-392-13469-4 .— <[URL:http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Ekonometrika_Mhitarjan_2014.pdf](http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Ekonometrika_Mhitarjan_2014.pdf)>.

2. Канторович, Г. (канд. физ.-мат. наук, проф., проректор) . Роберт Энгл и Клайв Гренджер: новые области экономических исследований : Нобелевская премия 2003 года по экономике / Г. Канторович, М. Турунцева // Вопросы экономики .— 2004 .— N 1 .— С.37-48.

3. Федорова, Е. А. (кандидат экономических наук ; доцент) . Финансовая интеграция фондовых рынков стран БРИК: эконометрический анализ [Текст] / Е. А. Федорова // Финансы и кредит .— 2011 .— N 18 .— С. 24-29 : табл. — (Фондовый рынок) .

6.3. Интернет-ресурсы (электронные учебно-методические издания, лицензионное программное обеспечение)

Neicon [Электронный ресурс]: архив научных журналов / Министерство образования и науки Российской Федерации; Национальный электронно-информационный консорциум (Neicon) - [Москва]: Нэйкон, 2015.

ScienceDirect. MATHEMATICS [Электронный ресурс]: тематическая полнотекстовая коллекция научных журналов / Издательство "Elsevier" - [Амстердам]: Elsevier, 2015

6.4 Методические указания к практическим занятиям

Занятие 1. Определение типа случайного процесса, представленного временным рядом. Осваивается умение применять процедуру Доладо-Дженкинсона-Сосвила-Риверо для определения типа процесса, к которому относится временной ряд, поэтапно применяя расширенный тест Дики-Фуллера:

1 этап. тестируется тип процесса $TS+DS$ либо в автоматическом режиме, либо с помощью построения уравнения: $\Delta^2 z_t = \rho_0 + \rho_1 \Delta z_{t-1} + \sum_{i=2}^p p_i \Delta^2 z_{t-i+1} + \eta t + \varepsilon_t$ и проверки коэффициентов на значимость. Но! Для процесса единичного корня следует сравнить расчетное значение t-статистики для параметра с уточненными критическими значениями Мак-Кинона (при 1, 5 и 10 % уровне значимости) при левосторонней проверке теста.

2 этап. тестируется тип процесса TS либо в автоматическом режиме, либо с помощью построения уравнения: $\Delta z_t = \rho_0 + \rho_1 z_{t-1} + \sum_{i=2}^p p_i \Delta z_{t-i+1} + \eta t + \varepsilon_t$ и проверки коэффициентов на значимость. Но! Для процесса единичного корня следует сравнить расчетное значение t-статистики для параметра с уточненными критическими значениями Мак-Кинона (при 1, 5 и 10 % уровне значимости) при левосторонней проверке теста.

3 этап. тестируется тип процесса $DS (I(2))$ либо в автоматическом режиме, либо с помощью построения уравнения: $\Delta^3 z_t = \rho_0 + \rho_1 \Delta^2 z_{t-1} + \sum_{i=2}^p p_i \Delta^3 z_{t-i+1} + \varepsilon_t$ и проверки коэффициентов на значимость. Но! Для процесса единичного корня на разностях первого порядка следует сравнить расчетное значение t-статистики для параметра с уточненными критическими значениями Мак-Кинона (при 1, 5 и 10 % уровне значимости) при левосторонней проверке теста.

4 этап. тестируется тип процесса $DS (I(1))$ (процесс единичного корня) либо в автоматическом режиме, либо с помощью построения уравнения:

$\Delta^2 z_t = \rho_0 + \rho_1 \Delta z_{t-1} + \sum_{i=2}^p p_i \Delta^2 z_{t-i+1} + \varepsilon_t$ и проверки коэффициентов на значимость. Но! Для

процесса единичного корня на разностях первого порядка следует сравнить расчетное значение t -статистики для параметра с уточненными критическими значениями Мак-Кинона (при 1, 5 и 10 % уровне значимости) при левосторонней проверке теста.

5 этап. тестируется тип процесса $DS(I(0))$ (или процесс стационарный) либо в автоматическом режиме, либо с помощью построения уравнения: $\Delta z_t = \rho_0 + \rho_1 z_{t-1} + \sum_{i=2}^p p_i \Delta z_{t-i+1} + \varepsilon_t$ и

проверки коэффициентов на значимость. Но! Для процесса единичного корня на разностях первого порядка следует сравнить расчетное значение t -статистики для параметра с уточненными критическими значениями Мак-Кинона (при 1, 5 и 10 % уровне значимости) при левосторонней проверке теста.

Определение типа процесса, исходя из правила о выполнимости теста, то есть его полной статистической значимости.

Тип процесса	Выполнимые тесты
TS+DS	1 тест, остальные не выполняются
TS	2 тест, остальные не выполняются
DS (I(2))	3 тест выполняются
DS (I(1))	4 и 3 тесты выполняются
DS (I(0))	3, 4 и 5 тесты выполняются

Примечание 1. 3, 4, и 5 этапы следует проводить также с модификацией о включении/исключении константы.

Примечание 2. Для подтверждения типа процесса следует проводить анализ коррелограмм АКФ и ЧАКФ как исходного ряда, так и его последовательных разностей первого и второго порядка. Возможно применение спектрального анализа для выявления типа процесса

Примечание 3. Для подтверждения типа процесса следует проводить анализ коррелограмм АКФ и ЧАКФ как исходного ряда, так и его последовательных разностей первого и второго порядка. Возможно применение спектрального анализа для выявления типа процесса

Примечание 4. В случае наличия сезонной составляющей в структуре ряда, для определения типа процесса согласно 5-этапной поцедуре применяют тесты на возможную сезонную интегрируемость Дики-Фуллера-Хаза.

Примечание 5. В качестве информационных средств выполнения практического задания рекомендуется использовать Eviews, R.

Пример проведения расширенного теста Дики-Фуллера в Eviews.

Результаты проведения расширенного теста Дики-Фулера (ADF) будут сведены в таблицу (рис. 1), где для каждой из лаговых переменных указываются не только их значения (столбец Coefficient), но и соответствующие им t -статистики с определенными p -уровнями значимости (соответственно столбцы t -Statistic и Prob). В верхней части окна результатов проведения теста Дики-Фуллера приводятся критические значения статистики Маккинона для 1%, 5% и 10% уровней значимости (MacKinnon critical values), что позволяет значительно облегчить процедуру принятия решения о порядке интегрируемости процесса. Также в столбцах t -Statistic и Prob.* указываются значение ADF статистики и соответствующая вероятность отклонения альтернативной гипотезы о не стационарности тестируемого ряда. В силу того что тест Дики-Фуллера односторонний, ADF статистика должна быть меньше указанных значений статистик

МакКинона на выбранном уровне значимости. На рисунке 25 приведен пример проведения теста Дики-Фуллера на исходных уровнях ряда без учета константы и трендовой составляющей, результатом которого является подтверждение нулевой гипотезы о наличии единичных корней (нестационарности процесса).

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on LN				
Null Hypothesis: LN has a unit root				
Exogenous: None				
Lag Length: 0 (Fixed)				
		t-Statistic	Prob.*	
Augmented Dickey-Fuller test statistic		0.831088	0.8882	
Test critical values:	1% level	-2.604073		
	5% level	-1.946348		
	10% level	-1.613293		
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(LN)				
Method: Least Squares				
Date: 11/29/11 Time: 16:08				
Sample (adjusted): 2006M02 2011M01				
Included observations: 60 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LN(-1)	0.002885	0.003471	0.831088	0.4093
R-squared	-0.002194	Mean dependent var		0.004262
Adjusted R-squared	-0.002194	S.D. dependent var		0.036418
S.E. of regression	0.036458	Akaike info criterion		-3.768800
Sum squared resid	0.078421	Schwarz criterion		-3.733894
Log likelihood	114.0640	Hannan-Quinn criter.		-3.755146
Durbin-Watson stat	1.464414			

Рис. 1. Результаты оценки расширенного теста Дики-Фулера.

Занятие 2. Определение структуры временного ряда на основе компонентного анализа

Осваивается умение определять структуру временного ряда и уметь раскладывать ряд на составляющие

Тщательное исследование структуры временного ряда предполагает использование специальных инструментов, таких как спектральный анализ и анализ коррелограмм автокорреляционной и частной автокорреляционной функций. Так если на периодограмме по частоте имеется скачок на нуле, то это характерно для наличия детерминированного или стохастического тренда, так как тренд спектральным анализом определяется как «большая волна» в структуре ряда. Анализ коррелограмм АКФ и ЧАКФ исходных данных также может подтвердить наличие детерминированного тренда в структуре ряда: коэффициенты АКФ медленно убывают с нарастанием величины лага запаздывания, а ЧАКФ имеет только первый значимый коэффициент, стремящийся по модулю к 1. Также для определения детерминированного линейного тренда в структуре ряда подходит Тест Форестера-Стюарта:

Оценка наличия тренда в исследуемом временном ряду осуществляется при помощи метода Форстера-Стюарта. В этом методе гипотеза об отсутствии тренда проверяется с помощью вспомогательных функций: $L = \sum_{t=2}^T l_t$; $l_t = U_t - V_t$. Где: T – общий временной интервал,

$$U_t = \begin{cases} 1, & \text{если } y_t < y_{t-1} < y_1, \\ 0, & \text{если наоборот.} \end{cases} \quad V_t = \begin{cases} 0, & \text{если } y_t < y_{t-1} < y_1, \\ 1, & \text{если наоборот.} \end{cases}$$

Проверяется гипотеза о том, что $L=0$. Для проверки строится t -статистика, которая имеет распределение Стьюдента с $T-1$ степенями свободы: $t_l = \frac{L}{\sigma_L}$, где $\sigma_L^2 = 2 \sum_{t=2}^T \frac{1}{t}$.

Гипотеза об отсутствии тенденции отклоняется, если расчетное значение больше табличного на выбранном уровне значимости, например, 0,05.

Оценка детерминированного тренда (при TS-процессе, представляющем временной ряд) в структуре временного ряда

Оценка детерминированного тренда возможна на основе двух подходов:

- 1) оценка детерминированного тренда с помощью гладких функций $f(t)$ – параметрические методы оценки тренда (методы аналитического выравнивания);
- 2) оценка тенденции на основе различного рода скользящих средних – непараметрические методы (методы механического сглаживания).

Поскольку любая гладкая функция при самых общих допущениях может быть локально представлена полиномом с довольно высокой степенью точности, предпочтительной является следующая процедура. Подбираем полином к первой группе из $2m+1$ членов ряда и используем этот полином для определения значения тренда в $m+1$ -ой, средней точке группы. Затем подбираем полином того же порядка к группе, состоящей из второго, третьего, ..., $2m+2$ наблюдения, и находим значение тренда в $m+2$ точке и так далее для всех членов ряда до последней группы из $2m+1$ членов.

Эта процедура эквивалентна линейной комбинации наблюдений с коэффициентами, которые могут быть оценены раз и навсегда.

Простейшее скользящее среднее можно вычислить по формуле:

$$\bar{x}_t = \frac{x_{t-m} + x_{t-m+1} + \dots + x_t + x_{t+1} + \dots + x_{t+m}}{2m+1}. \quad (1)$$

Здесь $2m+1$ – количество точек, на которых строится скользящее среднее.

Пример выделения тренда на основе расчета простых скользящих средних

Рассмотрим конкретный ряд:

t	1	2	3	4	5	6	7	8
X_t	0	2	4	8	16	32	64	128

Значение тренда в точке 5 вычисленное с весами $\frac{1}{21}[-2, 3, 6, 7, 6, 3, -2]$:

$$\frac{1}{21} \{(-2 \times 2) + (3 \times 4) + (6 \times 8) + (7 \times 16) + (6 \times 32) + (3 \times 64) + (2 \times 128)\} = 16$$

Пример расчета влияния сезонного эффекта при выделении тренда методом скользящих средних:

При применении процедуры выделения тренда методом скользящих средних возможно искажение других компонент временного ряда. Исследуем сказанное на примере сезонной компоненты.

Допустим сезонный эффект выражается синусоидой $S_t = \sin(\alpha + \lambda t)$ (где α - фаза, λ - угловая частота) Простое скользящее среднее из таких членов:

$$\frac{1}{k} \sum_{t=1}^k \sin(\alpha + \lambda t) = \frac{\sin \frac{1}{2} k \lambda}{k \sin \frac{1}{2} \lambda} \cdot \sin \left\{ \frac{1}{2} (k+1) \lambda + \alpha \right\}, \text{ то есть, получаем синусоиду с тем же периодом и}$$

фазой, но с амплитудой умноженной на $\frac{\sin \frac{1}{2} k \lambda}{k \sin \frac{1}{2} \lambda}$. Таким образом:

1. Если k велико, то амплитуда принимает маленькое значение и циклическая компонента сглаживается.

2. При k кратном π , в частности $k = 2\pi / \lambda$, то есть при равном периоде колебаний, амплитуда равняется нулю. Таким образом, вычитание сглаженных значений, то есть тренда, из общего ряда x_t не приводит к искажению сезонной компоненты.

3. Особый случай — когда λ и $k\lambda$ малы. В силу того, что $\sin \theta \approx \theta$ при малых θ ,

$$\frac{\sin \frac{1}{2} k \lambda}{k \sin \frac{1}{2} \lambda} \approx \frac{\frac{1}{2} k \lambda}{k \frac{1}{2} \lambda} = 1$$

амплитуда . Следовательно, скользящие средние полностью повторяют колебания исходной сезонной компоненты, то есть тренд «прихватывает» с собой и сезонную компоненту, и вычитание его из исходного ряда приводит к искажению сезонной компоненты. Необходимо отметить, что маленькие λ означают длинные периоды $T = 1/\lambda$, а маленькие $k\lambda$ означают сравнительно небольшое количество членов k , входящих в усреднение. Можно сделать вывод, что в таких случаях удаление тренда из исходного ряда приводит к гашению медленных колебаний.

4. В случае, если длина отрезка усреднения немного больше периода колебаний, то $\frac{\sin \frac{1}{2} k \lambda}{k \sin \frac{1}{2} \lambda}$ может принимать отрицательные значения, и удаление тренда приведет даже к некоторому преувеличению колебаний. Рассмотрим пример сезонных колебаний для квартальных данных. $T=4$, $\lambda = 2\pi / T = \pi / 2$.

При $k=3$: $\sin \frac{1}{2} k \lambda = \sin \frac{3}{4} \pi$ больше нуля и меньше единицы, значит, колебания в некоторой степени сглаживаются;

При $k=4$: $\sin \frac{1}{2} k \lambda = \sin \pi = 0$ при оценке тренда колебания полностью сглаживаются;

При $k=5$: $\sin \frac{1}{2} k \lambda = \sin \frac{5}{4} \pi < 0$, после удаления тренда колебания преувеличиваются;

При $k=6$: $\sin \frac{1}{2} k \lambda = \sin \frac{3}{2} \pi = -1$, после удаления тренда амплитуда колебаний удваивается;

При $k=7$: $\sin \frac{1}{2} k\lambda = \sin \frac{7}{4} \pi < 0$, после удаления тренда колебания преувеличиваются;

При $k=8$: $\sin \frac{1}{2} k\lambda = \sin 2\pi = 0$ - оценка тренда не содержит колебаний.

Пример выделения тренда на основе расчета полиномиальных скользящих средних

Хотим подобрать полином третьего порядка к группам по семь точек. $T = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$.

Запишем искомым полином: $\bar{x}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$.

Константы a_j находим методом наименьших квадратов, то есть путём минимизации выражения:

$$\sum_{t=-3}^3 (x_t - a_0 - a_1 t - a_2 t^2 - a_3 t^3)^2.$$

Дифференцируем выражение по a_j , и выписываем уравнения при одинаковых степенях.

Получаем систему:

$$\begin{cases} \sum x_t - a_0 \sum 1 - a_1 \sum t - a_2 \sum t^2 - a_3 \sum t^3 = 0; \\ \sum x_t t - a_0 \sum t - a_1 \sum t^2 - a_2 \sum t^3 - a_3 \sum t^4 = 0; \\ \sum x_t t^2 - a_0 \sum t^2 - a_1 \sum t^3 - a_2 \sum t^4 - a_3 \sum t^5 = 0; \\ \sum x_t t^3 - a_0 \sum t^3 - a_1 \sum t^4 - a_2 \sum t^5 - a_3 \sum t^6 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

В системе переносим $\sum_j x_t t_j$ в левую часть, а суммы с коэффициентами a_j , в правую часть, причем учитываем, что суммы нечетных порядков t от -3 до 3 равны 0 .

$$\begin{cases} \sum x_t = 7a_0 + 28a_2; \\ \sum x_t t = 28a_1 + 196a_3; \\ \sum x_t t^2 = 28a_0 + 196a_2; \\ \sum x_t t^3 = 196a_1 + 1588a_3. \end{cases} \quad (3)$$

Нас интересует только a_0 , значения ряда в момент $t=0$. Используя лишь первое и третье из уравнений, получаем:

$$a_0 = \frac{1}{21} \left\{ 7 \sum_{t=-3}^3 x_t - \sum_{t=-3}^3 t^2 x_t \right\} = \frac{1}{21} \{ 7(x_{-3} + x_{-2} + x_{-1} + x_0 + x_1 + x_2 + x_3) - (9x_{-3} + 4x_{-2} + x_{-1} + 0 + x_1 + 4x_2 + 9x_3) \} = \frac{1}{21} \{ -2x_{-3} + 3x_{-2} + 6x_{-1} + 7x_0 + 6x_1 + 3x_2 - 2x_3 \},$$

следовательно, значение тренда в какой-либо точке равно средневзвешенному значению семи точек с данной точкой в качестве центральной и весами

$$\frac{1}{21} [-2, 3, 6, 7, 6, 3, -2] \quad , \text{ или в силу симметричности } \frac{1}{21} [-2, 3, 6, 7, \dots]$$

Теперь рассмотрим конкретный ряд:

$t=$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_t=$	0	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Значение тренда в точке 4 будет:

$$\frac{1}{21}\{(-2 \times 0) + (3 \times 1) + (6 \times 8) + (7 \times 27) + (6 \times 64) + (3 \times 125) + (2 \times 216)\} = 27 \quad \text{и оно совпадает с}$$

соответствующим членом ряда.

Эта процедура имеет самый общий характер.

Оценка сезонной компоненты

Наличие сезонной составляющей в структуре ряда может быть подтверждено как теоретическими предпосылками, так и визуальным анализом ряда. Однако, явно выделяющиеся коэффициенты АКФ и ЧАКФ для определенных лагов очищенного от тренда (детерминированного или стохастического) свидетельствуют о наличии сезонной компоненты с периодом колебаний равным T . Более точный ответ о наличии сезонной компоненты и определении периода ее колебаний позволяет сделать спектральный анализ данных. Периодограмма, построенная по периоду имеет явный пик, соответствующей периоду сезонности T .

Термин «сезонность» относят ко всем строго периодическим колебаниям в нестационарном случайном процессе. Имеется два типа моделей в зависимости от того, каким образом в них входит сезонный эффект S_t :

1) аддитивная модель: $x_t = m_t + s_t + \varepsilon_t$.

В этом случае выделяют S_t в два этапа:

- $x_t - m_t = s_t + \varepsilon_t$ - удаляют тренд;
- $s_t + \varepsilon_t - s_t = \varepsilon_t$ - удаляют сезонную компоненту.

2) мультипликативная модель $x_t = m_t \cdot s_t \cdot \varepsilon_t$.

В этом случае выделяют S_t в три этапа:

- логарифмируют ряд:
 $\ln x_t = \ln(m_t \cdot s_t \cdot \varepsilon_t) = \ln m_t + \ln s_t + \ln \varepsilon_t$
и переходят к рассмотрению ряда $x'_t = m'_t + s'_t + \varepsilon'_t$;
- удаляет тренд x'_t ;
- удаляет сезонную компоненту s'_t .

Существует множество способов оценки сезонной компоненты, например:

- оценка сезонности с помощью тригонометрических функций.
- оценка методом сезонных поправок (или индексов).
- оценка методом введения фиктивных переменных

Оценка сезонной компоненты с помощью тригонометрических функций

Если рассматривать график сезонной компоненты, то можно отметить, что функция, описывающая ее, является возрастающей и убывающей на определенных участках и с определенной периодичностью. Аналитические функции, графики которых наилучшим образом отражают такое поведение, являются синус и косинус.

В общем случае сезонную компоненту можно оценить с помощью суммы тригонометрических функций. Действительно, любая аналитическая функция может быть разложена в ряд Фурье.

$$x_t = a_0 + \sum_{k=1}^n \left(a_k \cos \frac{2\pi k}{T} \cdot t + b_k \sin \frac{2\pi k}{T} \cdot t \right).$$

Пару $a \cos \frac{2\pi}{T} \cdot t + b \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t$ называют *гармоникой* с периодом T .

На практике сезонную компоненту обычно представляют в виде одной гармонической пары:

$$S_t = a \cos \frac{2\pi}{T} \cdot t + b \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t + c.$$

Коэффициенты a , b и c определяют методом наименьших квадратов. Однако не всегда результат, полученный с помощью одной только гармонической пары, является удовлетворительным. Поэтому иногда приходится брать две, три и т.д. гармонических пар соответственно с периодами $2 \cdot \frac{2\pi}{T}$, $3 \cdot \frac{2\pi}{T}$, и т.д.

Подробнее рассмотрим способ оценки сезонной компоненты с помощью тригонометрической функции $\cos$.

$$s_t = a + b \cos lt,$$

где b – амплитуда колебаний, l – угловая частота колебаний, заранее известная величина. Период колебаний определяется как $T=2\pi/l$.

При известном значении l параметры a и b определяются методом наименьших квадратов. Рассмотрим

$$L = \sum_{t=1}^n (s_t - a - b \cdot \cos lt)^2 \rightarrow \min.$$

Для нахождения минимума дифференцируем выражение L по a и по b . Получаем следующую систему:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial a} = -2 \sum (s_t - a - b \cdot \cos lt) = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial b} = -2 \sum (s_t - a - b \cdot \cos lt) \cdot \cos lt = 0. \end{cases}$$

После упрощения получаем:

$$\begin{cases} \sum_{t=1}^n s_t = n \cdot a + b \cdot \sum_{t=1}^n \cos lt; \\ \sum_{t=1}^n s_t \cos lt = a \cdot \sum_{t=1}^n \cos lt + b \cdot \sum_{t=1}^n \cos^2 lt \end{cases}.$$

В качестве примера возьмем $T=4$, то есть $l=\pi/2$. Причем, T укладывается целое число раз в n . Тогда $\sum \cos lt = 0$, а $\sum \cos^2 lt = n/2$. В итоге получаем систему для определения коэффициентов a и b :

$$\begin{cases} a = \frac{\sum s_t}{n}; \\ b = \frac{2}{n} \sum s_t \cos lt. \end{cases}$$

Метод сезонных индексов.

Рассмотрим аддитивную модель временного ряда, то есть $x_t = m_t + s_t + \varepsilon_t$. Допустим, что тренд линейный $m_t = a + bt$, коэффициенты $\hat{a}$ и $\hat{b}$ оцениваются методом наименьших квадратов по всем n наблюдениям. Период сезонности равен T . Тогда временной ряд описывается моделью следующего вида:

$$\bar{x}_t = a + b \cdot t + s_t,$$

где s_t – сезонный индекс, определяется как среднее арифметическое значение $\tilde{s}_t = x_t - \bar{x}_t$, соответствующих фаз колебаний:

(1)

Рассмотрим мультипликативную модель временного ряда с линейным трендом:

где f_t - мультипликативный сезонный индекс, определяется как среднее арифметическое значение $\tilde{f}_t = x_t / \tilde{x}_t$ соответствующих фаз колебаний (формулы подобны (5.1), только вместо $\tilde{s}_t$ следует брать $\tilde{f}_t$, а $s_t \rightarrow f_t$). При мультипликативной модели применять метод сезонных индексов можно только в случае, когда $N \geq 5$.

$$\bar{x}_t = F(t) + s_t,$$
$$\bar{x}_t = F_t \cdot f_t.$$

Пример оценки сезонности методом сезонных поправок

Кварталы t	1	2	3	4	5	6	7	8
Добыча x_t	10,4	9,1	12,5	7,9	11,0	9,9	13,3	8,6
Кварталы t	9	10	11	12	13	14	15	16
Добыча x_t	11,1	9,3	12,9	8,1	11,8	10,2	12,7	8,8

$$\hat{a} = 10,25; \hat{b} = 0,03;$$

t	1	2	3	4	5	6	7	8
$\tilde{x}_t$	10,28	10,30	10,33	10,35	10,38	10,41	10,43	10,46
t	9	10	11	12	13	14	15	16
$\tilde{x}_t$	10,48	10,51	10,54	10,56	10,59	10,61	10,64	10,67

На третьем этапе находится отношение фактических значений к теоретическим $\tilde{f}_t = x_t / \tilde{x}_t$

t	1	2	3	4	5	6	7	8
$\tilde{f}_t$	1,012	0,883	1,210	0,763	1,060	0,951	1,275	0,822
t	9	10	11	12	13	14	15	16
$\tilde{f}_t$	1,059	0,885	1,224	0,767	1,114	0,961	1,194	0,825

На четвертом этапе находятся сезонные индексы f_t :

$$f_1 = \frac{\tilde{f}_1 + \tilde{f}_5 + \tilde{f}_9 + \tilde{f}_{13}}{4} = \frac{1.012 + 1.060 + 1.059 + 1.114}{4} = 1.061$$

$$f_2 = \frac{\tilde{f}_2 + \tilde{f}_6 + \tilde{f}_{10} + \tilde{f}_{14}}{4} = \frac{0.083 + 0.951 + 0.885 + 0.961}{4} = 0.920$$

$$f_3 = \frac{\tilde{f}_3 + \tilde{f}_7 + \tilde{f}_{11} + \tilde{f}_{15}}{4} = \frac{1.210 + 1.275 + 1.224 + 1.194}{4} = 1.226$$

$$f_4 = \frac{\tilde{f}_4 + \tilde{f}_8 + \tilde{f}_{12} + \tilde{f}_{16}}{4} = \frac{0.763 + 0.882 + 0.767 + 0.825}{4} = 0.81$$

На последнем этапе используются сезонные поправки рассчитывают скорректированные теоретические значения $\bar{x}_t = \tilde{x}_t \cdot f_t$

t	1	2	3	4	5	6	7	8
$\tilde{x}_t$	10.90	9.48	12.6	8.39	11.01	9.57	12.79	8.47
t	9	10	11	12	13	14	15	16
$\tilde{x}_t$	11.12	9.67	12.92	8.56	11.23	9.77	13.05	9.64

Метод оценки сезонности с помощью введения фиктивных переменных

Пример оценки квартальной сезонности.

Вводятся 3 фиктивные переменные, на 1 меньше, чем период сезонности T .

$$d_1 = \begin{cases} 1, & \text{если значение соответствует I кварталу;} \\ 0, & \text{во всех остальных случаях.} \end{cases}$$

$$d_2 = \begin{cases} 1, & \text{если значение соответствует II кварталу;} \\ 0, & \text{во всех остальных случаях.} \end{cases}$$

$$d_3 = \begin{cases} 1, & \text{если значение соответствует III кварталу;} \\ 0, & \text{во всех остальных случаях.} \end{cases}$$

Оценивают модель сезонности вида: $S_t = \alpha_1 \cdot d_1 + \alpha_2 \cdot d_2 + \alpha_3 \cdot d_3 + \alpha_0$

Это линейная множественная регрессия, коэффициенты которой $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_0$ могут быть оценены методом наименьших квадратов. Качество оценки контролируется по близости к единице коэффициента детерминации R^2

Занятие 3. Модели нестационарных случайных процессов ARIMA/SARIMA Осваивается умение строить адекватные модели ARIMA/SARIMA. Уметь идентифицировать порядки ARIMA- модели p и q на основе анализа коррелограмм и используя критерий Лjung-Бокса. Для построения модели SARIMA уметь определить лаг сезонного сдвига S (на основе анализа коррелограмм АКФ и ЧАКФ) и идентифицировать порядки P (сезонной авторегрессии) и Q (сезонной скользящей средней) на основе анализа коррелограмм и спектрограмм. Уметь оценивать параметры ARIMA/SARIMA модели методом наименьших квадратов. Уметь провести графический анализ единичных корней построенной модели. Уметь провести процедуру адекватности ARIMA-модели.

Под ARIMA моделью понимают проинтегрированный процесс авторегрессии скользящего среднего, задаваемый тремя параметрами: p – порядок авторегрессии, d – требуемый порядок предварительно определяемых разностей до тех пор пока процесс не станет стационарным, q – порядок скользящей средней, то есть АРПСС(p, d, q).

В общем виде модель АРПСС(p, d, q) имеет вид:

$$\Delta^d Y_t = -a_1 \Delta^d Y_{t-1} + a_2 \Delta^d Y_{t-2} - \dots + a_p \Delta^d Y_{t-p} + b_0 - b_1 \varepsilon_{t-1} - b_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - b_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

где ε_t - остаточный член ошибки.

Построение ARIMA модели проиллюстрируем на примере в виде заданного алгоритма.

1. Первым этапом построения модели ARIMA (p, d, q) является определение порядка интеграции процесса d . Как правило, данная работа является продолжением занятия 1 и, следовательно, тип процесса был определен ранее. Подразумевается, что строится обобщенная ARIMA, в которой тип процесса, является DS_процессом, порядка интегрирования $d=1, 0$ или 2. Как говорилось в методических рекомендациях по выполнению задания 1, сделать это можно с помощью расширенного теста Дики-Фуллера.

2. Следующим этапом построения модели ARIMA (p, d, q) в пакете является создание ряда первых (или необходимых до доведения ряда до стационарности) разностей.

3. Следующим этапом построения модели ARIMA является идентификация модели ARMA то есть определение порядков p – порядков авторегрессии, и q – порядка скользящей средней. Согласно Подходу Бокса-Дженкинса идентификацию модели АРСС проводят на основе визуального анализа коррелограмм АКФ и частичной коррелограммы ЧАКФ. Здесь используются следующие особенности АКФ:

- В случае AR моделей ее модуль убывает по экспоненте, осциллируя около нуля;
- В случае MA (q) модели только первые q значений отличны от нуля;
- В модели ARMA (p, q), после $q-p$ значений, АКФ имеет вид, такой же, как AR модель.

Свойства поведения ЧАКФ:

- Для AR (p) моделей, она равна нулю после первых p значений.
- Для моделей MA она экспоненциально убывает по модулю.
- Для ARMA (p, q) моделей, после первых $p-q$ значений, она ведет себя также как и для модели MA.

Также для облегчения идентификации модели, можно сравнить коррелограммы с базовыми моделями.

На рисунке 2 представлены коррелограммы АКФ (Autocorrelation) и ЧАКФ (Partial Autocorrelation) ряда первых разностей ряда. По ним можно сделать предположение, что порядок авторегрессии $p=1$, порядок скользящего среднего $q=2$.

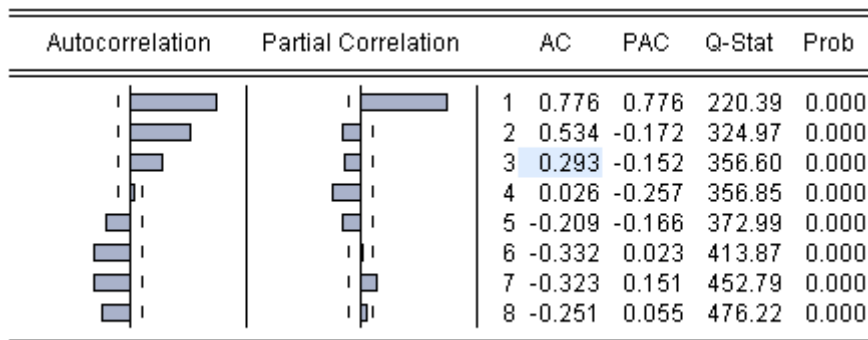


Рис. 2. Коррелограммы ряда разностей.

4. Следующим этапом является непосредственное построение модели ARIMA методом наименьших квадратов (LS –least squared) с определенными ранее порядками.

Результаты оценивания модели ARIMA приведены на рисунке 3. Значимость коэффициентов AR и MA- составляющих проверяется на основе соответствующих им t -статистикам, которые должны превышать по модулю критические значения t -статистики.

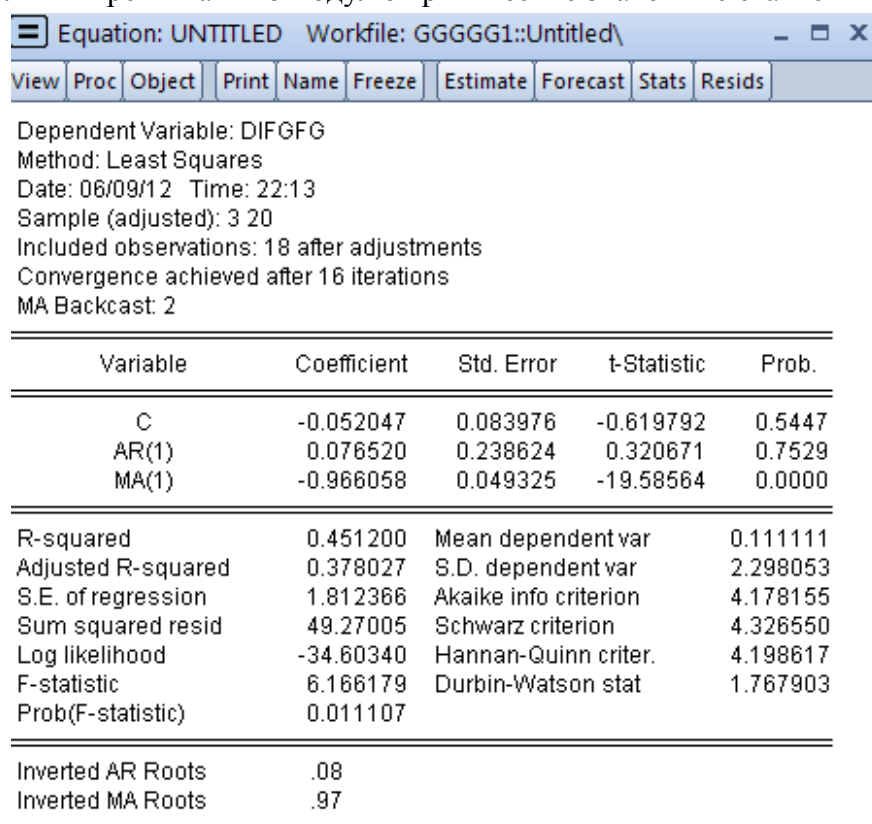


Рис. 3. Окно результатов оценивания ARMA (1, 1).

5. Для определения структуры ARMA модели необходимо просмотреть корни ARMA-процесса на комплекснозначной плоскости значений (рис. 4).

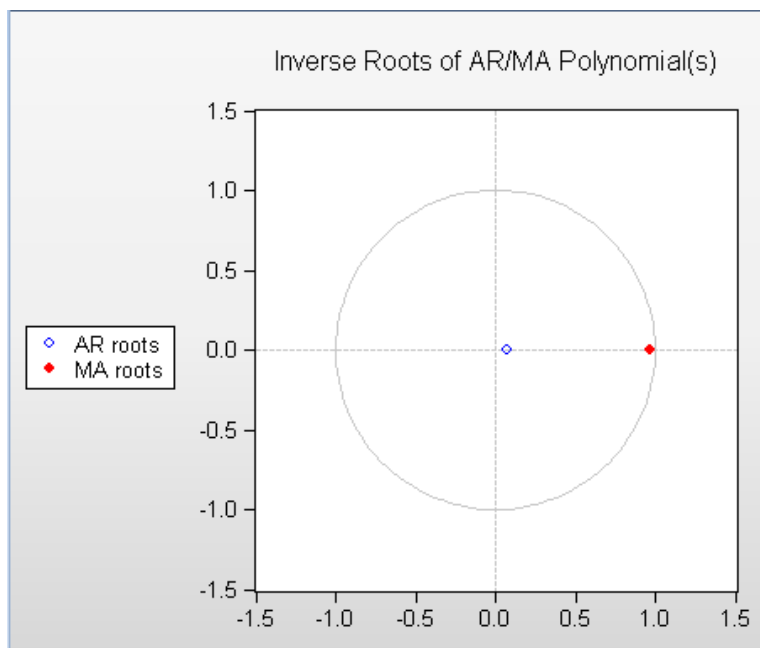


Рис. 4. Графическое представление единичных корней АРСС модели.

Как видно из рисунка 4 корни ARMA (1, 1)– процесса не выходят за границы единичного круга, то есть модель является обратимой.

6. Оценивается качество модели на основе близости индекса детерминации R^2 . Проводится селекция моделей (отбор лучшей) либо на основе критериев Акайке и Шварца, либо на основе минимума суммы квадратов отклонений (см методические указания к заданию 4 при построении моделей условной гетероскедастичности). Проверяют достоверность параметров построенной модели (эффективность, несмещенность и состоятельность оценок коэффициентов моделей) на основе соответствия остатков (ошибок) модели процессу белого шума (на основе анализа коррелограмм). Тестируют остаточную компоненту на нормальность распределения, например, с помощью теста Бера-Жарка.

Примечание Для построения модели SARIMA следует определить лаг сезонного сдвига S (на основе анализа коррелограмм АКФ и ЧАКФ) и идентифицировать порядки P (сезонной авторегрессии) и Q (сезонной скользящей средней) на основе анализа коррелограмм и спектрограмм.

Занятие 4. Модели условной гетероскедастичности. Осваивается умение строить модели условной гетероскедастичности: протестировать остатки модели на наличие гетероскедастичности (наличия ARCH-эффектов) согласно тесту Уайта. Умение идентифицировать порядки ARCH-и GARCH моделей. Умение провести оценку параметров ARCH-модели методом максимального правдоподобия.. Умение проверить адекватность построенных моделей на основании спектрограммы остатков и анализа коррелограмм, умение проверить нормальность распределения остатков согласно любому тесту на нормальность (например, тест Бера-Жарка). Умение провести селекцию ARCH и GARCH моделей на основе информационных критериев. В качестве информационных средств выполнения задания рекомендуется использовать Eviews, R.

ARCH-модель первого порядка имеет вид:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2, \quad (1)$$

где $\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t$ - остатки, полученные после предварительной оценки какой-либо модели.

Здесь дисперсия в момент времени t зависит от квадрата ошибок в момент $(t-1)$, то есть условная дисперсия σ_t^2 является AR-процессом¹ квадрата ошибок модели.

ARCH-модель (q) (порядок авторегрессии дисперсии – q) имеет вид:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2, \quad (2)$$

здесь условная дисперсия представлена как линейная функция квадратов прошлых ошибок в моменты времени $t-1, t-2, \dots, t-q$.

Но, как известно, моделировать дисперсию можно лишь после того, как из данных убрали среднюю величину (математическое ожидание), поэтому полная модель ARCH(q) имеет вид:

$$\begin{aligned} y_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i}; \\ \sigma_t^2 &= \beta_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j \varepsilon_{t-j}^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь первое уравнение является AR-процессом p -ого порядка, то есть описывает модель, в которой моделируемые значения являются линейной функцией предыдущих наблюдений, а во втором уравнении моделируется условная дисперсия как линейная функция от q квадратов прошлых значений ошибок (ε_{t-q}), полученных после оценки первого уравнения.

Отметим, что для обеспечения положительности условной дисперсии параметры модели (3) должны удовлетворять условиям: $\beta_0 > 0, \beta_1 \geq 0, \beta_2 \geq 0, \dots, \beta_q \geq 0$.

Смысл ARCH-модели состоит в том, что если абсолютная величина остатков модели ε_t первого уравнения (3) является большой, то это приведет к повышению условной дисперсии σ_t^2 в последующие периоды (второе уравнение (3)), наоборот если остатки близки к нулю, то это приведет к снижению условной дисперсии. Таким образом, проявляется свойство, называемое кластеризацией волатильности², которую как раз и позволяет измерить ARCH-модель.

Алгоритм определения наличия ARCH-эффектов.

Модель AR может быть протестирована на условную гетероскедастичность, то есть на соответствие процессу ARCH(1) согласно следующей процедуре:

- 1) необходимо построить AR-модель ряда x_t с ошибкой ε_t согласно первому уравнению из (3);
- 2) определить остатки $\hat{\varepsilon}_t$ как оценки ε_t ;
- 3) построить линейную регрессию квадрата ошибок в момент времени t на квадрат остатков модели после моделирования AP: $\hat{\varepsilon}_t^2 = \lambda_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2$;
- 4) протестировать коэффициент λ на отсутствие значимости с помощью теста Стьюдента, теста Фишера, χ^2 теста, принимая за нулевую гипотезу:

$H_0: \lambda_1 = 0$.

Соответственно за альтернативную гипотезу $H_1: \lambda_1 \neq 0$.

Если λ_1 значимо отличается от 0, то модель можно специфицировать как ARCH-модель первого порядка (ARCH (1)).

Общая схема тестирования модели на ARCH-эффекты:

¹ AR-процесс временных рядов – процесс авторегрессии, когда текущие значения ряда линейно зависят от предыдущих значений.

² Эффект кластеризации волатильности имеет место для многих финансовых показателей, таких как изменение цен акций, валютных курсов, доходности активов. Впервые данное наблюдение было отмечено Манделбротом (1963 г.).

Понятно, что на наличие ARCH-эффектов может быть протестирована и любая другая модель, например, APCC, CC, модель с трендом, обычная линейная или нелинейная кросс-секционная регрессия, кроме того ARCH-модель может включать порядки до p включительно. Порядок действий в процедуре тестирования в этом случае будет следующим:

- 1) проводится оценка модели (например, AR-модели, CC-модели, APCC-модели или простой регрессии по времени);
- 2) на основе знания ошибок модели $\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t$ ($\hat{y}_t$ – расчётное значение модели, построенной в пункте 1)), оценивается модель:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-p}^2;$$

Здесь модель тестируется на ARCH-эффекты p -го порядка.

- 3) для оценённой модели рассчитывается коэффициент детерминации $R^2 = \frac{\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}$ (

$\bar{y}$ – среднее значение уровней ряда), отвечающий за качество подгонки модели³;

- 4) формируются гипотезы (нулевая и альтернативная):

$$H_0 : \alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0, \dots, \alpha_p = 0,$$

$$H_1 : \alpha_1 \neq 0, \alpha_2 \neq 0, \dots, \alpha_p \neq 0;$$

- 5) определяется значение статистики $\chi^2_{расч} = TR^2$, где T – объём выборки ряда, R^2 – коэффициент детерминации;

- 6) сравнивается $\chi^2_{расч}$ с $\chi^2_{табл}$, определённым для степеней свободы p (p – число временных лагов в модели ARCH(p)) из таблицы критических значений χ^2 -распределения (см. приложение 1);

- 7) если $\chi^2_{расч} > \chi^2_{табл}$, то H_0 отклоняется, и считается, что ARCH-модель существенна на заданном уровне значимости и её порядок равен p .

Таким образом, из приведенных выше схем, следует вывод о том, что ARCH-модель не может строиться сама по себе в отдельности. Всегда предварительно необходимо построить какую-либо модель, получить ее остатки. И только в случае, если в остатках есть ARCH-составляющая, то можно построить ARCH-модель.

GARCH-модель – модель с обобщённой авторегрессией условной гетероскедастичности. GARCH (p, q) имеет в отличие от ARCH-модели два порядка и в общем виде записывается:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2, \quad (4)$$

где α_i и $\beta_j > 0$ ($i=1, 2, \dots, p; j=1, 2, \dots, q$) иначе дисперсия была бы меньше нуля⁴.

GARCH- модель показывает, что текущее значение условной дисперсии σ_t^2 является функцией от константы – p -го значения квадратов остатков из уравнения условной средней (или любого другого уравнения) и q -го значения предыдущей условной дисперсии (то есть AR-процесс q -го порядка от условной дисперсии).

³ Исследование качества подгонки модели под исходные данные на основе анализа коэффициента детерминации R^2 проводится согласно требованию: чем ближе R^2 к единице, тем выше качество подгонки.

⁴ Данное достаточно жесткое требование было выдвинуто Бореслевым, и оно является актуальным для GARCH-модели порядков (1,1). Однако для GARCH-моделей более высоких порядков p и q данное требование может быть ослаблено (Нельсон, Теравирта, Као и др.)

Наиболее популярной для предсказания изменчивости доходности финансовых активов является модель GARCH(1, 1):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2. \quad (5)$$

Примечание 1: Как правило, для описания различных финансовых показателей, представленных временным рядом, приходится использовать ARCH-модели достаточно больших порядков (длина максимального лага $p > 4$), и в этом случае очень сложно добиться соблюдения условия положительности коэффициентов модели, необходимых для обеспечения положительности условной дисперсии. Обобщение ARCH-модели GARCH-модель позволяет использовать для описания того же процесса модели с меньшей длиной лага запаздывания. Так на практике практически не используют GARCH (p, q) с $p+q > 4$.

Примечание 2: GARCH (p, q)-модель можно представить как ARCH(∞)-модель бесконечного порядка, если к ARCH (p)-модели (3) применить обратный оператор

$$\left(1 - \sum_{i=1}^q \beta_i L_i\right)^{-1} : \sigma_t^2 = \left(1 - \sum_{i=1}^q \beta_i L_i\right)^{-1} \left(\alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2\right) = \alpha_0^* + \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i^* \varepsilon_{t-i-1}^2.$$

Из второго примечания следует, что для соблюдения условия неотрицательности условной дисперсии $\sigma_t^2 \geq 0$ при GARCH моделировании, необходимо чтобы $\alpha_0^* \geq 0$ и все $\alpha_i^* \geq 0$.

Расчет волатильности GARCH

Волатильность (изменчивость) не является постоянным процессом, и может изменяться во времени. Если известна точная модель описания процесса, изменяющегося во времени, то для нахождения годовой волатильности этого процесса нужно определить квадратный корень из условной дисперсии и умножить модель на $\sqrt{N}$, где N – количество наблюдений в год. Полученная мера волатильности будет изменяться во времени, т.е. текущая волатильность будет определяться как функция от прошлой волатильности. Для предсказания волатильности при помощи GARCH-модели, можно использовать следующую рекурсивную модель:

$$\sigma_{t+1}^2 = \alpha_1 + \beta_1 \varepsilon_t^2 + \gamma_1 \sigma_t^2 \quad (6)$$

$$\sigma_{t+j}^2 = \alpha_1 + (\beta_1 + \gamma_1) \sigma_{t+j-1}^2 \quad (7)$$

Здесь ε_t^2 - величина, неизвестная в будущем, которая при выполнении прогноза заменяется условной оценкой дисперсии σ_t . Таким образом, формула (7) позволяет предсказывать σ_t^2 в момент времени $(t+1)$, затем σ_t^2 в момент времени $(t+2)$ и т.д. При этом, например, σ_{t+2} рассчитывается как условная дисперсия при условии известности значений $y_1, y_2, \dots, y_t$ и прогноза y_{t+1} . Результат каждого расчёта является предсказанием условной дисперсии на j периодов вперёд.

Оценка моделей условной гетероскедастичности проводится методом максимального правдоподобия.

Проверка адекватности GARCH/ARCH моделей.

Под адекватностью модели понимают ее соответствие реальному моделируемому процессу.

Качество подгонки GARCH/ARCH модели под исходные данные можно контролировать на основе близости к единице индекса детерминации (R^2) или скорректированного на число степеней свободы индекса детерминации ($R^2_{Adjusted}$).

⁵ Здесь под L понимается лаговый оператор сдвига, то есть $x_{t-1} = Lx_t$.

$$R^2 = 1 - \frac{D_{ост}^2}{D_{общ}^2} \text{ или } R_{Adjusted}^2 = R^2 \cdot \frac{(n-k)}{(n-1)},$$

здесь n – общее число наблюдений временного ряда, k – число степеней свободы модели (для GARCH $k=p+q$, для ARCH $k=p$), $D_{ост}^2$ – остаточная или объясненная моделью дисперсия, $D_{общ}^2$ – общая дисперсия.

Для проверки адекватности модели GARCH, заключающейся в тестировании оценок на достоверность (эффективность, состоятельность и несмещенность) необходимо проанализировать стандартизованные остатки $\hat{\varepsilon}/\sigma$, где σ – условное среднеквадратическое отклонение, рассчитанное по модели GARCH/ARCH, а $\hat{\varepsilon}$ – остатки в уравнении условного математического ожидания (первоначального уравнения). Если модель GARCH/ARCH достаточно хорошо описана, то стандартизованные остатки являются независимыми одинаково распределенными случайными величинами с нулевым математическим ожиданием и единичным средним квадратичным отклонением. Обычно стандартизованные остатки, полученные после оценки модели методом максимального правдоподобия, проверяют на соответствие нормальному распределению (например, с помощью теста Бера-Жарка) или GES-распределению (generalized error distribution). Также для проверки адекватности модели GARCH достаточно провести спектральный анализ стандартизованных остатков на соответствие их процессу «белого шума» Теоретически спектр белого шума имеет вид горизонтальной прямой линии с ординатой $\sigma^2/(2\pi)$ (см. рис. 5).

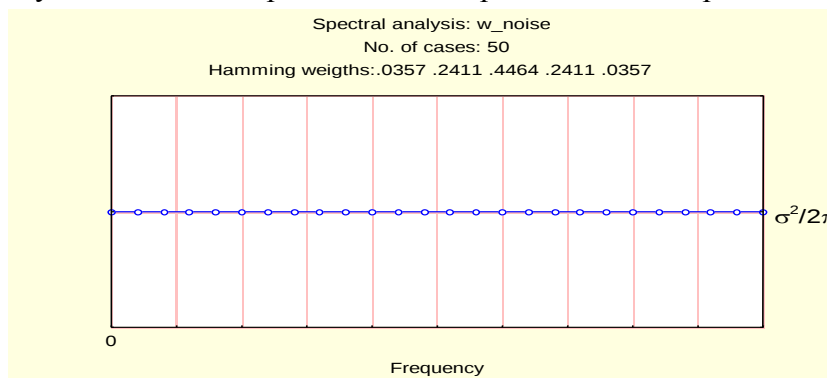


Рис.5. Спектр белого шума.

Напомним, что процесс ε_t называется «белым шумом», если он удовлетворяет следующим трем требованиям:

- 1) $M(\varepsilon_t)=0$;
- 2) $D(\varepsilon_t)=\sigma^2=const$;
- 3) $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k})=0$ при любых t и $k \neq 0$;
- 4) $\varepsilon_t \sim N(0; \sigma)$.⁶

Отметим, что 1) условие соответствует получению несмещенных оценок параметров модели (несмешанной называют статистическую оценку θ^* , математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру θ при любом объеме выборки, то есть $M(\theta^*) = \theta$), 2) и 3) условия соответствуют получению эффективных оценок (эффективной оценкой называют статистическую оценку θ^* , которая при заданном объеме выборки n имеет наименьшую возможную дисперсию), и, наконец, выполнение 4) условия определяет получение состоятельных оценок (состоятельной

⁶ Данное требование не является обязательным, так как процесс, удовлетворяющий условиям 1) – 3) является процессом «белого шума», а процесс удовлетворяющий условиям 1) – 4) «гауссовым белым шумом».

называют статистическую оценку, которая при $n \rightarrow \infty$ и стремится по вероятности к оцениваемому параметру, то есть $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\theta^*) = \theta$).

Соответствие стохастического процесса, представленного временным рядом, процессу «белого шума» можно определить также с помощью анализа коррелограмм АКФ (автокорреляционной функции) и ЧАКФ (частной автокорреляционной функции). В этом случае коррелограммы АКФ и ЧАКФ не выходят за границы белого шума на заданном уровне значимости (5%, 1% или 10%). На рисунке 6 приведены коррелограммы АКФ (слева) и ЧАКФ (справа) процесса, удовлетворяющего «белому шуму» (границы белого шума на 5% уровне значимости отмечены пунктирной линией).

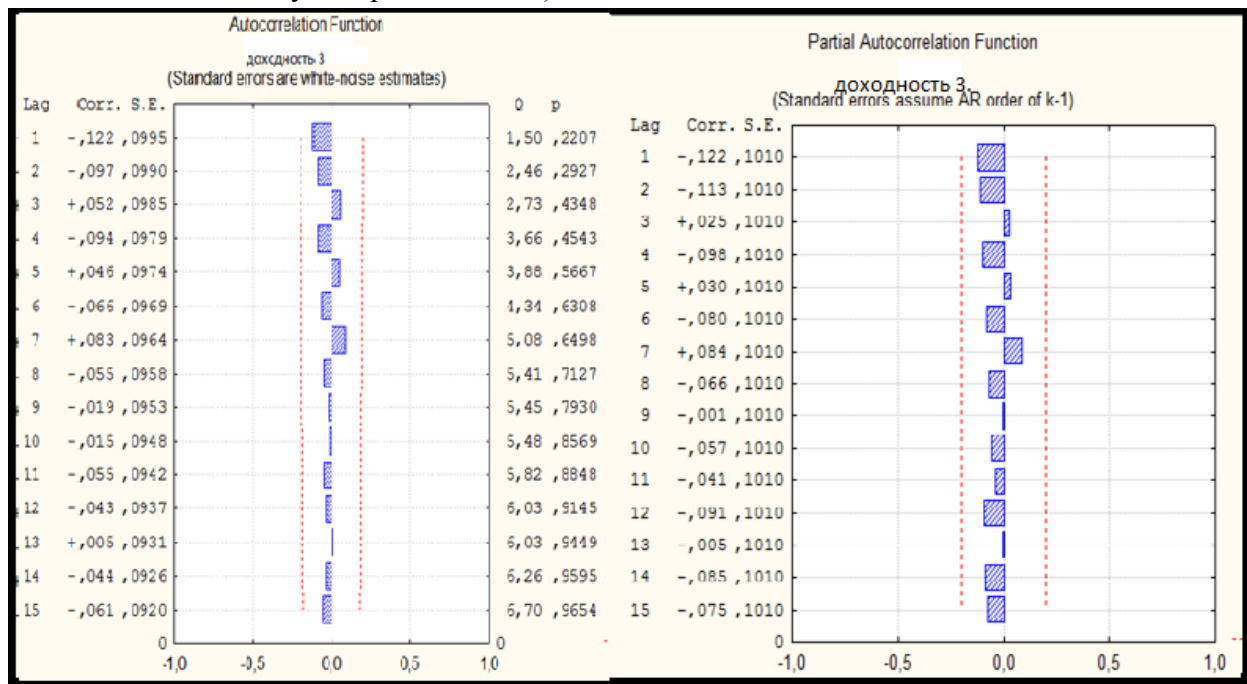


Рис. 6. Коррелограммы АКФ и ЧАКФ.

Напомним, что автокорреляционной функцией (АКФ, (ACF)) называют совокупность коэффициентов автокорреляции, измеряющих связь между текущими и прошлыми наблюдениями временного ряда, рассчитанных по формуле:

$$p_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2},$$

где k – количество лагов запаздывания, $\bar{Y}$ – среднее значение ряда.

Частной автокорреляционной функцией (ЧАКФ, (PACF)) называют совокупность частных коэффициентов автокорреляции, измеряющих связь между текущим значением переменной X_t и предыдущими значениями этой переменной $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-k}$, когда влияние всех промежуточных временных лагов устранено.

График автокорреляционной функции, где по оси абсцисс откладывается k – количество лагов запаздывания, а по оси ординат соответствующие значения коэффициентов автокорреляции, называется коррелограммой АКФ. Аналогичный график частной автокорреляционной функции называется частной коррелограммой.

Соответствие распределения остатков GARCH-модели нормальному закону можно проверить с помощью теста Бера-Жарка, для которого определяется JB-статистика по формуле:

$$JB = (n - p - q - 1) \cdot \left(\frac{m_1^2}{6} - \frac{(m_2 - 3)^2}{24} \right), \text{ где } m_1 = \left(\frac{\sum (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^3}{n} \right) / \sqrt{\left(\frac{\sum (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2}{n-1} \right)^3} - \text{коэффициент}$$

$$\text{асимметрии распределения остатков, } m_2 = \left(\frac{\sum (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^4}{n} \right) / \sqrt{\left(\frac{\sum (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2}{n-1} \right)^4} - \text{коэффициент}$$

эксцесса, n – объем выборки, $\bar{\varepsilon}$ – среднее значение остатков, p и q – порядки GARCH-модели. Нулевая гипотеза о «нормальности» распределения остатков отклоняется на выбранном уровне значимости, если $JB > \chi^2_{\text{табл}}$, определённого для степеней свободы $n-p-q$ из таблицы критических значений χ^2 -распределения;

Не подчинение стандартизированных остатков нормальному закону распределению ведет к нарушению условия состоятельности оценок, и в этом случае рекомендуется переоценить модель методом квазикаксимального правдоподобия (quasi-maximum likelihood (QML))⁷.

Идентификация модели GARCH.

Прежде чем приступать к моделированию временного ряда на основе моделей волатильности, необходимо провести спецификацию модели. Во-первых, определить общий вид модели: ARCH, GARCH E-GARCH, T-GARCH или ARCH-M и, во-вторых, провести ее идентификацию. Под идентификацией модели GARCH понимают определение порядков p и q , то есть определение порядков авторегрессий значений квадратов остатков из уравнения условной средней (или любого другого уравнения) и значений условной дисперсии.

Идентификацию GARCH-модели проводят в два этапа:

I этап: Расчет критерия Лjung-Бокса (LB).

Для коэффициентов значений первичных данных рассчитывается LB статистика на основе предварительного расчета k коэффициентов автокорреляции по T наблюдениям (ρ_k), с последующим возведением их в квадрат ρ_k^2 :

$$LB_{\text{расчетное}} = T(T+2) \sum_{k=1}^m \frac{\rho_k^2}{(T-k)}, \quad (8)$$

где m – максимальный лаг коэффициентов автокорреляции, T – длина временного ряда.

Далее выдвигается гипотеза о незначимости m лагов в исходной модели авторегрессии. Для подтверждения или опровержения гипотезы сравнивают расчетное значение LB статистики с критическим значением χ^2 , определенным из таблиц χ^2 -распределения для степени свободы $v=m$ (см. приложение 1). Если $LB_{\text{расчетное}} > \chi^2$, то гипотезу о незначимости m лагов в исходной модели авторегрессии отклоняют на заданном уровне значимости α .

II этап: Расчет критерия Лjung-Бокса по стандартизованным остаткам.

Для определения ряда стандартизованных остатков каждое значение остатка делят на условное среднеквадратическое отклонение⁸. Затем вновь рассчитывают коэффициенты

⁷ Данный метод оценки легко реализуем в пакете Eviews.

⁸ Строго говоря, приведение ряда $\{x_t\}$ к стандартизованному виду подразумевает, что из каждого наблюдения ряда вычитается среднее значение m , и полученные выражения делятся на среднее квадратичное отклонение σ , то есть $\left\{ \frac{x_t - m}{\sigma} \right\}$. Но, считается, что оценки модели являются несмещенными, и, следовательно, средняя величина остатков равна нулю ($m=0$).

автокорреляции по стандартизованным остаткам γ'_k с последующим возведением их в квадрат

$$\gamma'^2_k : LB_{\text{расчетное}} = T(T+2) \sum_{k=1}^m \frac{\gamma'^2_k}{(T-k)}, \quad (9)$$

где m – максимальный лаг автокорреляции стандартизованных остатков.

Выдвигается гипотеза о несущественности порядков p и q GARCH модели. Расчетное значение $LB_{\text{расчетное}}$ сравнивают с $\chi^2_{\text{табл}}$, определенным для степени свободы $\nu_1 = m - p - q$, где m – общее число наблюдений, p и q – порядки GARCH модели.

Если $LB_{\text{расчетное}} < \chi^2(m-p-q)$, то нулевую гипотезу отклоняют и считают, что GARCH модель хорошо определена, и ее порядки соответственно равны p и q .

Также для идентификации GARCH модели можно применять инструменты анализа коррелограмм АКФ и ЧАКФ, построенных на стандартизованных остатках. При этом используется стандартный подход, предложенный Боксом и Дженкинсом для идентификации АРСС-моделей⁹. То есть используют следующую особенность поведения АКФ: в случае АР моделей ее модуль убывает по экспоненте, осциллируя около нуля; и свойство поведения ЧАКФ: для АР(p) моделей, она равна нулю после первых p значений. Также значимость коэффициентов автокорреляции можно проверить на основе расчета Q-статистики. Напомним, что Q-статистика — статистика Бокса-Пирса, позволяющая определить порядок автокорреляции временных рядов,

рассчитывается по формуле: $Q = n \sum_{k=1}^m \hat{\rho}_k^2$, где n — число наблюдений временного ряда, $\hat{\rho}_k$ —

коэффициент автокорреляции k -го порядка, и m — число проверяемых на значимость лагов.

Из таблицы χ^2 критических значений находится $\chi^2_{\text{табл}}(m)$ для m степеней свободы и заданного уровня значимости α (см. приложение 1). Если $Q_{\text{расч}} > \chi^2_{\text{табл}}(m)$, то с вероятностью $1-\alpha$ считают, что порядок авторегрессионного процесса равен m .

Проведение процедуры идентификации модели с помощью анализа коррелограмм АКФ и ЧАКФ укладывается в следующую схему:

1. После оценивания математического ожидания ряда данных (на основе АРСС моделей, выделения компонент временного ряда или обычной регрессии) получают остаточную компоненту.
2. Стандартизируют полученные остатки.
3. Строят коррелограммы АКФ и ЧАКФ на стандартизованных остатках.
4. Определяют количество лагов для коэффициентов АКФ и ЧАКФ, выходящих за границы белого шума. Полученное число является порядком ARCH-модели.

Примечание. Выше описанный способ идентификации ARCH/ GARCH моделей не является строгим.

Селекция моделей волатильности.

Иногда один и тот же стохастический процесс, представленный временным рядом, может быть описан с помощью нескольких моделей волатильности различных порядков. Таким образом, возникает задача селекции (отбора) модели. В этом случае для выбора наиболее подходящей

⁹ Модели временных рядов, которые сочетают авторегрессионный процесс с моделью скользящей средней называются авторегрессионными моделями скользящей средней (АРСС, ARMA). Модель АРСС(p, q) имеет p временных лагов в авторегрессионном процессе и q интервалов в модели скользящей средней.

модели используют информационные критерии. Широко применяемыми являются информационные критерии Акайке (AC), Шварца (SC) и Ханна-Квина (HQ), определяемые по соответствующим формулам:

$$AC = \ln(\sigma^2) + \frac{2k}{n}; \quad SC = \ln(\sigma^2) + \frac{k \cdot \ln(n)}{n}; \quad HQ = \ln(\sigma^2) + 2 \frac{k \cdot \ln(\ln(n))}{n}$$

здесь n – общее число наблюдений временного ряда, k – число степеней свободы модели (для GARCH $k=p+q$, для ARCH $k=p$), σ^2 – остаточная или объясненная моделью дисперсия.

Выбирают GARCH/ARCH-модель, для которой значения AC, SC и HQ критериев имеют наименьшее значение.

Пример. Один и тот же стохастический процесс описан ARCH-моделью большого порядка (ARCH(8)) и GARCH-моделью малых порядков (GARCH(1;1)). Результаты информационных критериев моделей приведены в таблице 1.

	ARCH(8)	GARCH(1;1)
Критерий Акайке AC	-1,265	-1,986
Критерий Шварца SC	-1,943	-2,368
Критерий Ханна-Квина HQ	-1,458	-2,098

Как видно, наименьшие значения информационных критериев соответствуют модели GARCH(1;1).

Занятие 5. Динамические эконометрические модели. Осваивается умение строить динамические регрессионные модели. Следует отметить, что первым шагом всегда для построения динамических моделей является тестирование рядов на коинтеграцию. Только в случае, если временные ряды коинтегрированы для них можно строить регрессионные уравнения, оценивая коэффициенты методом наименьших квадратов. Распространенные тесты на коинтеграцию это тесты нобелевских лауреатов по экономике Ингла-Гренджера:

Проведение теста на коинтеграцию Ингла-Гренджера:

1 Этап теста.

Для выполнения условия коинтеграции временных рядов, данные ряды должны относиться к одному типу случайных процессов.

Тестирование на тип процессов проводится с помощью расширенного теста Дики-Фуллера или с помощью теста Филиппса-Перрона.

2 Этап теста.

Строится коинтеграционное соотношения, как линейная регрессия

$$y_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot x_t + \varepsilon_t$$

Где x_t и y_t временные ряды.

Затем остатки ε_t тестируются на стационарность с помощью теста Дики-Фуллера.

При выполнении обоих условий временные ряды x_t и y_t являются коинтегрированными. Можно также провести тест на коинтеграцию, используя специальные встроенные средства специализированных пакетов программ. Вид диалогового окна для проведения теста на коинтеграцию Ингла-Гренджера в Eviews представлен на рисунке 7. Кроме того существуют специализированные тесты на коинтеграцию, используемые в основном для построения моделей векторной авторегрессии (тест Йохансана)

Рисунок 7. Вид диалогового окна для проведения теста Ингла-Гренджера.

На рисунке 8 представлены результаты проведения теста на коинтеграцию при автоматическом режиме подбора максимальной длины лага. Тесты проводятся при нулевой гипотезе б отсутствии коинтеграции между временными рядами. Как видно из первой таблицы теста для переменных вероятность ошибки отклонения нулевой гипотезы (Prob*) сразу рассчитывается на основе сравнения расчетных значений τ -статистик и z -статистик со значения уточненными Мак-Киноном.

Engle-Granger Cointegration Test

Date: 01/08/16 Time: 13:40
Series: DIFSKR SKR
Sample (adjusted): 1991 2014
Included observations: 24 after adjustments
Null hypothesis: Series are not cointegrated
Cointegrating equation deterministics: C
Automatic lags specification based on Schwarz criterion (maxlag=4)

Dependent	tau-statistic	Prob.*	z-statistic	Prob.*
DIFSKR	-6.421451	0.0001	-29.89201	0.0001
SKR	-0.214351	0.9813	-0.613385	0.9789

*MacKinnon (1996) p-values.

Intermediate Results:

	DIFSKR	SKR
Rho - 1	-1.299652	-0.026669
Rho S.E.	0.202392	0.124417
Residual variance	0.011884	0.008980
Long-run residual variance	0.011884	0.008980
Number of lags	0	0
Number of observations	23	23
Number of stochastic trends**	2	2

**Number of stochastic trends in asymptotic distribution

Рисунок 8. Результат проведения теста Ингла-Гренджера.

Определение длины максимального лага запаздывания.

Построение кросс-коррелограмм позволяет определить максимальную длину лага запаздывания. Интерпретация кросс-коррелограмм (рисунок 9) сводится к подсчету статистически значимых коэффициентов кросс-корреляционных функций. В приведенном примере отсутствует запаздывающее влияние одной переменной на другую, так как значимым является коэффициент кросс-корреляционной функции на нулевом лаге, то есть имеется взаимное влияние, только для текущего периода времени.

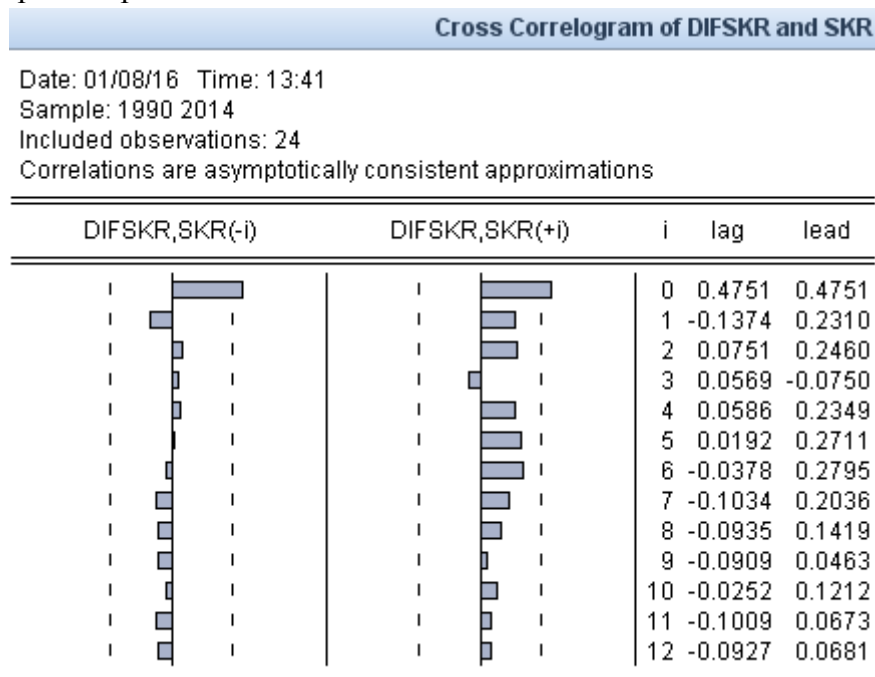


Рисунок 9. Кросс-коррелограммы.

Проведение теста на причинность.

Также при построении эконометрических динамических моделей желательно провести тесты на причинность. То есть определить какая из переменных является причиной. Как правило, для этого используют тест на причинность Гренджера. Результаты его проведения приведены на рисунке 10. В тесте в таблице указываются нулевые гипотезы (например, PP не является причиной IZOL) и соответствующие им расчетные значения F-статистики и вероятность ошибки отклонения заданной нулевой гипотезы (Prob).

Pairwise Granger Causality Tests
Date: 01/08/16 Time: 16:02
Sample: 1 64
Lags: 2

Null Hypothesis:	Obs	F-Statistic	Prob.
PP does not Granger Cause IZOL	62	0.65701	0.5223
IZOL does not Granger Cause PP		0.55218	0.5787

Рисунок 10. Результат проведения теста Гренджера на причинность.

Построение модели с распределенными лагами

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot X_t + \alpha_2 \cdot X_{t-1} + \alpha_3 \cdot X_{t-2} + \dots + \alpha_{l+1} \cdot X_{t-l} \quad (10)$$

методом полиномиальных лагов можно, используя метод Алмон. В методе коэффициенты определяются через полиномиальную структуру лага: $\alpha_j = c_0 + c_1 \cdot j + c_2 \cdot j^2 + \dots + c_k \cdot j^p$

Для этого необходимо определить экспериментально порядок полинома лаговой структуры p , следует помнить, что $p < l$, где l – максимальная длина лага запаздывания. При этом методе не требуется строгого выполнения допущения о коинтегрируемости переменных. В пакете Eviews можно задать следующую спецификацию модели DL (рисунок 11):

имя зависимой переменной _pdl(имя независимой переменной, l , p) c

где l – максимальная длина лага запаздывания, p порядок полинома лаговой структуры, c – константа модели.

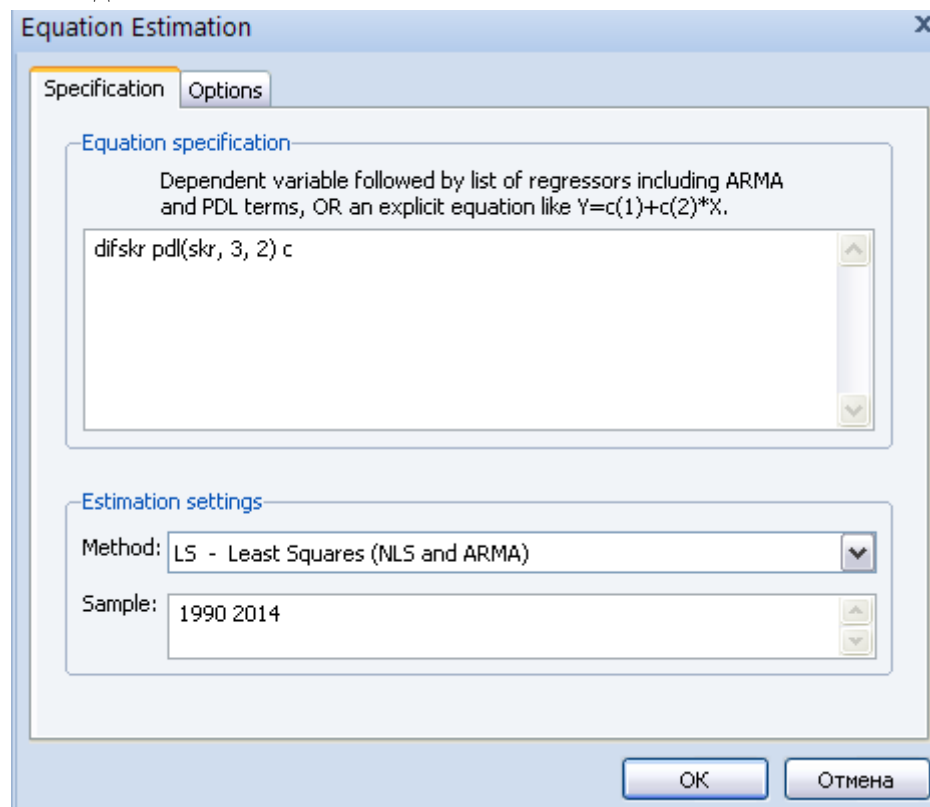


Рисунок 11. Спецификация модели с распределенными лагами..

В результате построения модели с распределенными лагами будет получен результаты виде таблиц, приведенных на рисунке 12. В первой таблицы отражены значения коэффициентов, описывающих полиномиальную структуру лага, причем здесь терм PDL01- означает коэффициент при значении лага в первой степени и т.д. В результате структура лага, описываемая полиномом второй степени, принимает вид: $PDL01 + PDL02 \cdot l + PDL03 \cdot l^2$. Для соответствующих коэффициентов полиномиальной структуры лага в таблице приводятся значения стандартных ошибок, расчетных значений t -статистик и вероятности ошибки отклонения нулевой гипотезы о незначимом отличии коэффициентов от нуля.

Под первой таблицей приводятся значения различных диагностических тестов и статистик (R^2 – коэффициент детерминации, отвечающий за долю объясненной уравнением дисперсии в общей дисперсии зависимой переменной; информационные критерии Акайке, Шварца, Ханена-Квина, необходимые для проведения процедур селекции с другими моделями; статистка Дарбина-Уотсона, близость значения которой к 2 свидетельствует об отсутствии автокорреляции в остатках модели; и другие статистики). Во второй таблице приводятся значения коэффициентов α_j и соответствующие им значения стандартных ошибок, расчетных значений t -статистик для самой модели с распределенными лагами. $Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot X_t + \alpha_2 \cdot X_{t-1} + \alpha_3 \cdot X_{t-2} + \dots + \alpha_{l+1} \cdot X_{t-l}$. Кроме этого в результатах оценки модели приводится график лаговой структуры коэффициентов модели, то есть как коэффициенты зависят от лага.

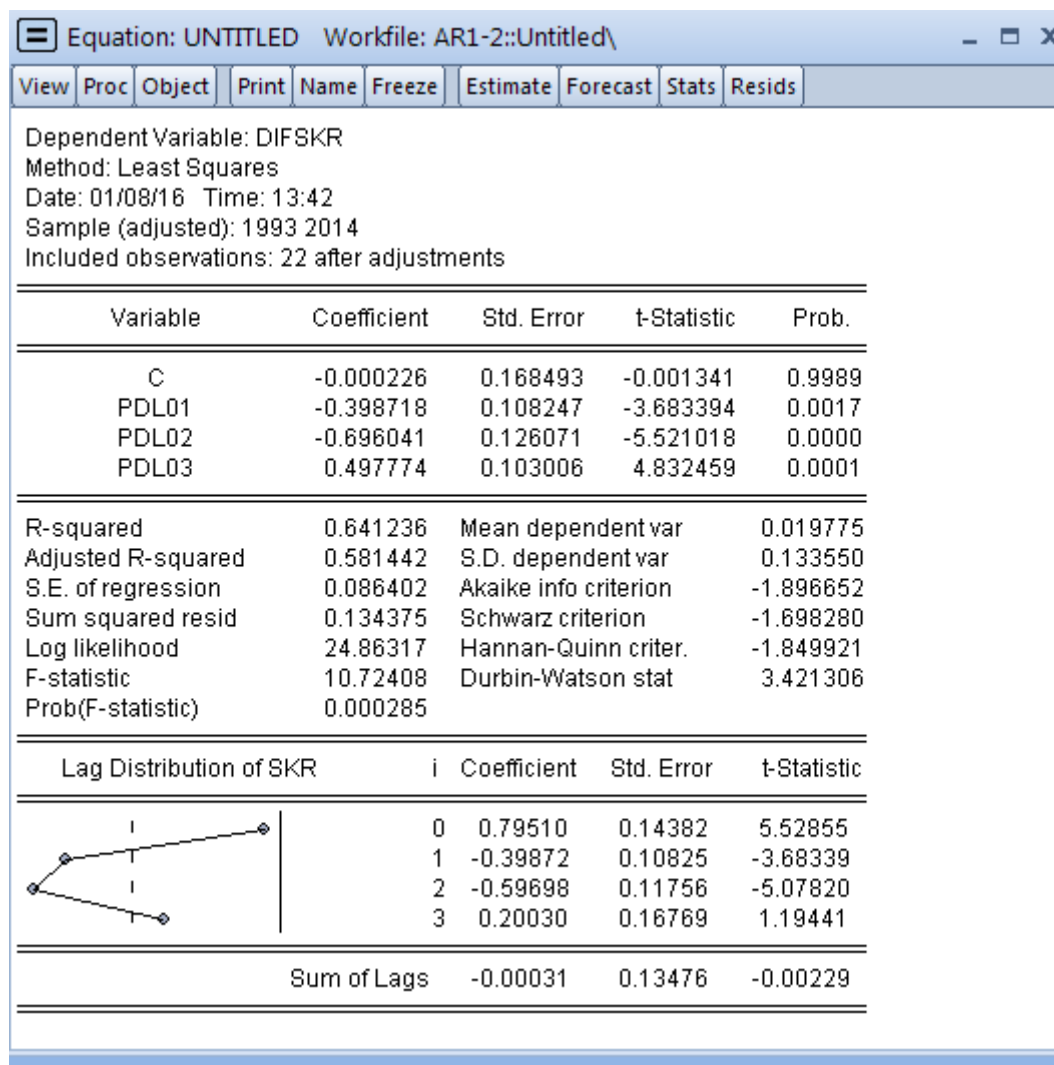


Рисунок 12. Результат оценки модели с распределенными лагами методом полиномиальных лагов.

Для проведения интерпретации коэффициентов моделей следует рассчитать долгосрочные и краткосрочные мультипликаторы.

1. Коэффициент α_1 в модели (10) характеризует среднее абсолютное изменение результативной переменной y_t при изменении значения независимой переменной x_t на единицу своего измерения в некоторый фиксированный момент времени t , без учета воздействий лаговых значений переменной x . Этот коэффициент называют краткосрочным мультипликатором.
2. В момент времени $t+1$ совокупное воздействие факторной переменной x_t на результат y_t составит $\alpha_1 + \alpha_2$ условных единиц, В момент времени $t+2$ совокупное воздействие факторной переменной x_t на результат y_t составит $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$ условных единиц. Такие суммы называются промежуточными мультипликаторами.
3. Общее изменение результата через l периодов времени называется долгосрочным мультипликатором и определяется как:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_l = \alpha$$

4. Определим относительные коэффициенты DL-модели α_j как $A_j = \alpha_j / \alpha$, для $j=1 : l+1$

Если все коэффициенты a_j имеют одинаковый знак, то для любого j $0 < A_j < 1$ и $\sum_{j=1}^{l+1} A_j = 1$. Относительные коэффициенты измеряют долю общего изменения результативного признака в момент времени $t+j$.

5. Средний лаг определяется как $\Gamma = \sum_{j=1}^{p+1} j \cdot A_j$ и измеряет средний период, в течении которого

будет происходить изменение результата под воздействием изменения регрессионного фактора в момент времени t .

6. Для DL-модели дополнительно можно определить медианный лаг запаздывания. Медианный лаг I_{Me} характеризует период времени, в течении которого с момента времени t будет реализована половина общего воздействия лаговых факторов на результат, то есть для него справедливо:

$$\sum_{j=1}^{I_{Me}} A_j \approx 0,5.$$

В качестве информационных средств выполнения задания рекомендуется использовать Eviews, R.

7. Образовательные технологии

При реализации дисциплины применяются классические образовательные технологии. При реализации дисциплины применяются интерактивные формы проведения практических занятий в виде проблемного обучения. Проблемное обучение ориентировано на то что, аспирант всегда работает с реальными данными (временными рядами), что требует от него адаптации собственных знаний по дисциплине, возможно, в том числе за счет их самостоятельного расширения, для решения конкретной задачи прогнозирования. Так, например, наличие структурных сдвигов в динамике ряда, может потребовать применения специальных тестов на выявление структуры ряда.

8. Методические указания по освоению дисциплины

Раздел 1 Типы случайных процессов, представленные временными рядами

Лекций – 2ч., практическое занятие – 2 ч., СРС – 38 ч.,

Аспирант должен иметь представление о детерминированном тренде и процессе случайного блуждания, в том числе с дрейфом. Уметь строить коррелограммы АКФ и ЧАКФ временного ряда и проводить их анализ для изучения структуры временного ряда Аспирант должен иметь понятие о стационарности случайных стохастических процессов в широком и узком смысле, о процессе белого шума, уметь разделять DS и TS процессы с помощью расширенного теста Дики-Фуллера, применяя процедуры Доладо-Дженкинсона-Сосвила-Риверо. Аспирант должен иметь представление о сезонных/циклических колебаниях в структуре ряда, и уметь их определять на основе различных подходов, проводить тест на сезонную интегрируемость Дики, Хаза, Фуллера. Аспирант должен иметь представление об интегрируемых стохастических процессах, уметь определять порядок интегрируемости с помощью тестов Дики-Фуллера. И Филиппса-Перрона. Рекомендуется в качестве закрепления навыков определения типа случайного процесса, представленные временными рядами выполнение практической работы № 1 и выполнить задание-кейс №1. Данные для выполнения кейса аспирант выбирает самостоятельно,

или преподаватель выдает ему данные. Ряд данных должен быть достаточной длины. Прежде, чем выполнять кейс-задание данные должны быть верифицированы: приведены к одинаковым единицам измерения, (например, в ценах одного базового периода), восполнены пропущенные данные, сглажены аномальные скачки. Преподаватель на практических занятиях объясняет лишь ход выполнения работы в ППП Eviews или R. В качестве контрольного мероприятия можно провести контрольную работу по вариантам на 30 минут (с. 17 настоящей рабочей программы).

Раздел 2. Компонентный анализ временных рядов

Лекций –2ч., практическое занятие – 4 ч., СРС –41 ч.,

Аспирант должен иметь представление об анализе временных рядов и задач, решаемых на его основе, знать методы определения детерминированного тренда в структуре временного ряда и уметь их применять (метод выделения трендовой составляющей во временном ряду на основе подбора гладких функций и метод скользящих средних для выделения тренда). Аспирант должен уметь выделять сезонную компоненту (аддитивная и мультипликативная модели), применяя метод оценки с помощью тригонометрических функций, методом сезонных индексов, методом фиктивных переменных. Рекомендуется в качестве закрепления навыков определения типа случайного процесса, представленные временными рядами выполнение практической работы № 2 и выполнить задание-кейс №2. Данные для выполнения кейса аспирант выбирает самостоятельно, или преподаватель выдает ему данные. Ряд данных должен быть достаточной длины. Прежде, чем выполнять кейс-задание данные должны быть верифицированы: приведены к одинаковым единицам измерения, (например, в ценах одного базового периода), восполнены пропущенные данные, сглажены аномальные скачки. Преподаватель на практических занятиях объясняет лишь ход выполнения работы в ППП Eviews или R.

Раздел 3 Модели нестационарных случайных процессов ARIMA/SARIMA

Лекций –2ч., практическое занятие – 2 ч., СРС –37 ч.,

В разделе изучаются нестационарные временные ряды и модели, используемые для прогнозирования на основе такого рода временных рядов. Аспирант должен знать, чем обусловлена нестационарность: структурными изменениями, наличием детерминированного тренда, наличием стохастического тренда (процесса случайного блуждания). Аспирант должен уметь строить модели АРПСС и САРПСС (ARIMA/SARIMA), проводя предварительно процедуру идентификации моделей коррелограммам АКФ и ЧАКФ и/или критерию Лjung-Бокса. Аспирант должен уметь корректно проверять адекватность построенной ARIMA/SARIMA модели и проводить селекцию моделей на основе информационных критериев. Аспирант должен знать виды структурных изменений временных рядов (скачки, изломы) и тесты на структурные изменения временных рядов (тест Перрона, тест Чоу с заранее известной точкой излома, тест Рамсея, тест Квандта-Эндрюса) и уметь их проводить и определять типы структурных изменений. Аспирант должен уметь избавляться от структурных изломов временного ряда, например, используя подход Гуаратти. Рекомендуется в качестве закрепления навыков определения типа случайного процесса, представленные временными рядами выполнение практической работы № 3 и выполнить задание-кейс №3. Данные для выполнения кейса аспирант выбирает самостоятельно, или преподаватель выдает ему данные. Ряд данных должен быть достаточной длины. Прежде, чем выполнять кейс-задание данные должны быть верифицированы: приведены к одинаковым единицам измерения, (например, в ценах одного базового периода), восполнены пропущенные данные, сглажены

аномальные скачки. Преподаватель на практических занятиях объясняет лишь ход выполнения работы в ППП Eviews или R.

Раздел 4. Модели условной гетероскедастичности.

Лекций –2ч., практическое занятие – 2 ч., СРС –49 ч.

Аспирант должен иметь представление о кластеризации волатильности, об условной и безусловной дисперсии, о модели авторегрессионной условной гетероскедастичности (ARCH-модели). Аспирант должен уметь идентифицировать ARCH-модель (определять порядок авторегрессии условной дисперсии) на основе χ^2 -критерия, уметь проводить спецификацию модели: определять наличие ARCH-эффектов на основе теста Уайта. Аспирант должен уметь оценивать методом максимального правдоподобия ARCH-модели, проверять достоверность полученных коэффициентов модели. Аспирант должен иметь представление об обобщении ARCH-модели – GARCH-модели. Аспирант должен уметь применять волатильность GARCH-модели для определения годовой волатильности в теории финансов, проводить идентификацию GARCH-модели (определение порядков модели) на основе критерия Лjung-Бокса, и оценивать методом максимального правдоподобия GARCH-модели, проверять достоверности полученных коэффициентов модели. Аспирант также должен уметь корректно проводить процедуру селекции моделей волатильности на основе информационных критериев Акайке, Шварца, Хансена-Квина. Рекомендуется в качестве закрепления навыков определения типа случайного процесса, представленные временными рядами выполнения практической работы № 4 и выполнить задание-кейс №4. Данные для выполнения кейса аспирант выбирает самостоятельно, или преподаватель выдает ему данные. Ряд данных должен быть достаточной длины, чтобы определить эффект кластеризации волатильности. Желательно в качестве ряда данных выбирать показатели фондового рынка, так как они, как правило всегда имеют эффект кластеризации условной дисперсии, что позволяет построить модели ARCH/GARCH. Следует обратить внимание аспиранта, что ARCH/GARCH невозможно построить без предварительной оценки модели среднего (стандартная детерминированная трендовая модель или модель ARIMA/SARIMA). Прежде, чем выполнять кейс-задание данные должны быть верифицированы: приведены к одинаковым единицам измерения, (например, в ценах одного базового периода), восполнены пропущенные данные, сглажены аномальные скачки. Преподаватель на практических занятиях объясняет лишь ход выполнения работы в ППП Eviews или R.

Раздел 5 Динамические эконометрические модели

Лекций –2ч., практическое занятие – 4 ч., СРС –63 ч.

Аспирант должен знать и уметь применять тесты на коинтеграцию и причинность, необходимые в качестве условия построения эконометрических динамических моделей. Аспирант должен иметь общее представление о характеристике авторегрессионных моделей с распределенными лагами. Аспирант должен уметь определять порядки авторегрессии и процесса распределенных лагов на основе информационных критериев Акайке и Шварца, анализа кросскоррелограмм, а также теста Стьюдента. Аспирант должен уметь определять структуру лага (методы Алмон и полиномиального лага) и уметь осуществлять выбор вида модели с распределенным лагом. Аспирант должен уметь оценивать параметры моделей авторегрессии с распределенными лагами и переводить их в модели ЕСМ. Аспирант должен правильно интерпретировать параметры моделей с распределенным лагом. Рекомендуется в качестве

закрепления навыков определения типа случайного процесса, представленные временными рядами выполнение практической работы № 5 и выполнить задание-кейс №5. Данные для выполнения кейса аспирант выбирает самостоятельно, или преподаватель выдает ему данные. Ряды данных должны быть достаточной длины и предполагать наличие связи, хотя бы с запаздыванием. Прежде, чем выполнять кейс-задание данные должны быть верифицированы: приведены к одинаковым единицам измерения, (например, в ценах одного базового периода), восполнены пропущенные данные, сглажены аномальные скачки, убрана сезонность. Ряды должны в динамических моделях иметь одинаковые периоды измерения, быть одинаковой длины, быть коинтегрированными, и иметь причинность по Гренджеру. Преподаватель на практических занятиях объясняет лишь ход выполнения работы в ППП Eviews или R.

В качестве целостной проверки сформированности компетенции ПК-3 предусмотрено выполнение комплексного задания из ФОС.

9 . Материально-техническое обеспечение дисциплины

лекционные аудитории с современными средствами демонстрации 6-415, 6-416, 6-213.

- кафедральные лаборатории, обеспечивающих реализацию ОПОП ВО: 6-218 Учебно-научная лаборатория «Технологии искусственного интеллекта в социально-экономических исследованиях, 6-417 Лаборатория информатики и программирования, 6-417а Учебно-научная лаборатория «Интеллектуальных технологий проектирования сложных систем».

10. Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ

Адаптированная программа разрабатывается при наличии заявления со стороны обучающегося (родителей, законных представителей) и медицинских показаний (рекомендациями психолого-медико-педагогической комиссии). Для инвалидов адаптированная образовательная программа разрабатывается в соответствии с индивидуальной программой реабилитации.

ЛИСТ
согласования рабочей программы

Направление подготовки: 38.06.01 Экономика

код и наименование

Направленность подготовки (программа): Экономическая теория
наименование

Дисциплина: Эконометрика временных рядов

Учебный год 2015/2016

РЕКОМЕНДОВАНА заседанием кафедры вычислительной математики и кибернетики
наименование кафедры

протокол № _____ от " ____ " ____ 20 ____ г.

Заведующий кафедрой _____ Юсупова Н.И.
подпись расшифровка подписи

Исполнители:

_____ Лакман И.А.
к.т.н., доцент должность подпись расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой¹⁰ Экономическая теория

_____ Дегтярева И.В.
наименование кафедры личная подпись расшифровка подписи дата

Председатель НМС по УГСН 08.00.00 Экономика и управление
протокол № _____ от " ____ " ____ 20 ____ г.

_____ Дегтярева И.В.
личная подпись расшифровка подписи

Библиотека _____ Мустафин С.Р.
личная подпись расшифровка подписи дата

Начальник отдела аспирантуры _____ Аляков Р.К.
личная подпись расшифровка подписи дата

Рабочая программа зарегистрирована в ООПМА и внесена в электронную базу данных

Начальник _____ Лакман И.А.
личная подпись расшифровка подписи дата

¹⁰ Согласование осуществляется с выпускающими кафедрами (для рабочих программ, подготовленных на кафедрах, обеспечивающих подготовку для других направлений и специальностей)