

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

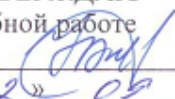
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования

**«УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра вычислительной математики и кибернетики

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

  
Н.Г. Зарипов

2015 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

*«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»*

Уровень подготовки: высшее образование – подготовка кадров высшей квалификации

Направление подготовки научно-педагогических кадров высшей квалификации (аспирантура)

**09.06.01 Информатика и вычислительная техника**  
(код и наименование направления подготовки)

Направленность подготовки

**Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**  
(наименование программы подготовки)

Квалификация (степень) выпускника

**Исследователь. Преподаватель исследователь**

Форма обучения

**очная**

Уфа 2015

## Содержание

1.	Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	3
2.	Перечень результатов обучения.....	5
3.	Содержание и структура дисциплины (модуля).....	7
4.	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....	9
5.	Фонд оценочных средств.....	11
6.	Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля).	17
7.	Образовательные технологии.....	19
8.	Методические указания по освоению дисциплины.....	20
9.	Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	37
10.	Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ.....	37
	Лист согласования рабочей программы дисциплины.....	38
	Дополнения и изменения в рабочей программе дисциплины.....	39

## 1. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина *Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ* является дисциплиной вариативной части.

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки научно-педагогических кадров высшей квалификации (аспирантура) *09.06.01 Информатика и вычислительная техника*, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от "30" июля 2014 г. № 875 и приказа Министерства образования и науки Российской Федерации от 30.04.2015 N 464 "О внесении изменений в федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования (уровень подготовки кадров высшей квалификации)". Является неотъемлемой частью основной образовательной профессиональной программы (ОПОП).

**Целью освоения дисциплины** является развитие у аспирантов личностных качеств и формирование общепрофессиональных и профессиональных компетенций в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 09.06.01 Информатика и вычислительная техника; изучение фундаментальных основ и применение математического моделирования, численных методов и комплексов программ для решения научных и технических, фундаментальных и прикладных проблем.

### Задачи:

- разработка новых математических методов моделирования объектов и явлений.
- развитие качественных и приближенных аналитических методов исследования математических моделей.
- разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий.
- реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента.
- комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента.
- разработка новых математических методов и алгоритмов проверки адекватности математических моделей объектов на основе данных натурального эксперимента.
- разработка новых математических методов и алгоритмов интерпретации натурального эксперимента на основе его математической модели.
- разработка систем компьютерного и имитационного моделирования.

### Входные компетенции:

№	Компетенция	Код	Уровень освоения, определяемый этапом формирования компетенции*	Название дисциплины (модуля), практики, научных исследований, сформировавших данную компетенцию
1.	владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности	ОПК1	пороговый	На предыдущем уровне высшего образования (специалитет, магистратура)
3.	способность к математическому моделированию объектов и явлений различной природы,	ПК1	пороговый	На предыдущем уровне высшего образования (специалитет, магистратура)

	разработке численных методов			
4.	способность к исследованию математических моделей объектов различной природы и разработке их программной реализации	ПК2	пороговый	На предыдущем уровне высшего образования (специалитет, магистратура)
5.	способность к разработке систем компьютерного и имитационного моделирования	ПК3	пороговый	На предыдущем уровне высшего образования (специалитет, магистратура)
6.	Способность к разработке архитектуры и комплексов программ	ПК4	пороговый	На предыдущем уровне высшего образования (специалитет, магистратура)

\*- **пороговый уровень** дает общее представление о виде деятельности, основных закономерностях функционирования объектов профессиональной деятельности, методов и алгоритмов решения практических задач;

- **базовый уровень** позволяет решать типовые задачи, принимать профессиональные и управленческие решения по известным алгоритмам, правилам и методикам;

- **повышенный уровень** предполагает готовность решать практические задачи повышенной сложности, нетиповые задачи, принимать профессиональные и управленческие решения в условиях неполной определенности, при недостаточном документальном, нормативном и методическом обеспечении.

Исходящие компетенции:

№	Компетенция	Код	Уровень освоения, определяемый этапом формирования компетенции	Название дисциплины (модуля), практики, научных исследований для которых данная компетенция является входной
1	владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности	ОПК1	базовый	Выбор 1 Научно-исследовательская практика, Блок ГИА
2	способность к математическому моделированию объектов и явлений различной природы, разработке численных методов	ПК1	базовый	Научные исследования, Блок ГИА
3	способность к исследованию математических моделей объектов различной природы и разработке их программной реализации	ПК2	базовый	Выбор 1 Научно-исследовательская практика Научные исследования, Блок ГИА
4	способность к разработке систем компьютерного и	ПК3	базовый	Выбор 1 Научно-

	имитационного моделирования			исследовательская практика Научные исследования, Блок ГИА
5	Способность к разработке архитектуры и комплексов программ	ПК4	базовый	Выбор 1 Научно-исследовательская практика Научные исследования, Блок ГИА

## 2. Перечень результатов обучения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций.

Планируемые результаты обучения по дисциплине

№	Формируемые компетенции	Код	Знать	Уметь	Владеть
1	владение методологией теоретических и экспериментальных исследований в области профессиональной деятельности	ОПК1	цели и задачи исследования, основные методологические подходы исследования процессов функционирования объектов профессиональной деятельности; общие принципы и закономерности в построении, функционировании и развитии, управлении и моделировании процессов объектов исследования	использовать методологии и методы научного исследования на уровнях теоретического познания и эмпирического исследования, использования общелогических методов и приемов исследования;	системными правилами выявления причин нарушения системных принципов функционирования объектов исследования
2	способность к математическому моделированию объектов и явлений различной природы, разработке численных методов	ПК1	места моделирования в научных и практических исследованиях, классы задач, решаемых с помощью математического моделирования; разновидности математических моделей; основных этапов разработки и исследования моделей; модульность структуры моделей; принципов и проблем создания математических моделей объектов и явлений различной природы; принципов создания эффективного	создавать математические модели объектов, систем различного типа и реализовывать их; решать поставленные задачи с использованием современных математических методов и инструментов; разрабатывать модели, методы, алгоритмы для организации взаимодействия программ и программных систем;	навыками создания математического моделирования, включая разработку методов и алгоритмов, их модификацию и адаптацию к задаче; навыками использования программных сред для математического моделирования (Matlab и др.) их интеграция с алгоритмическими языками;

			математического обеспечения, в том числе разработки алгоритмов; средств, технологий, платформ и инструментов построения математического обеспечения;		
3	способность к исследованию математических моделей объектов различной природы и разработке их программной реализации	ПК2	методы и средства оценки достоверности построенной математической модели; способы исследования ее соответствия изучаемому объекту; способы проведения анализа и окончательный выбор модели;	использовать методы и средства оценки достоверности построенной математической модели; способы исследования ее соответствия изучаемому объекту; способы проведения анализа и окончательный выбор модели	владеть методами и инструментами оценки достоверности построенной математической модели; способами исследования ее соответствия изучаемому объекту; владеть методами и инструментами анализа и проектирования программного обеспечения
4	способность к разработке систем компьютерного и имитационного моделирования	ПК3	типовых задач, свойства систем и основные принципы имитационного моделирования; структуры и этапов имитационного моделирования; тип концепции в имитационной модели; вопросы выбора алгоритмов имитационного моделирования и планирования имитационных экспериментов; оценка качества имитационной модели; логику работы моделирующего алгоритма; системы на основе марковских моделей, системы массового обслуживания	использовать методику планирования эксперимента и методику обобщения и статистической оценки результатов имитационного моделирования	методикой планирования эксперимента; методикой обобщения и статистической оценки результатов имитационного моделирования;
5	способность к разработке архитектуры и комплексов программ	ПК4	технологий и методов создания архитектуры и программных комплексов; средств верификации программных комплексов; приемы и средства унификации программ; методов и технологий тестирования кода; основных принципов	использовать методы и технологии тестирования кода; оценивать качество программного кода; формировать требования к используемым технологиям и методикам, проводить их анализ;	владеть методами и инструментами анализа и проектирования; использовать методы и технологии разработки формализованных требований и спецификаций для контроля функциональности и

		управления качеством программных комплексов;		качества программных комплексов;
--	--	--	--	----------------------------------

### 3. Содержание и структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц (324 часа).

Трудоемкость дисциплины по видам работ

Вид работы	Трудоемкость, час.		
	2 семестр	3 семестр	4 семестр
Лекции (Л)	4	6	4
Практические занятия (ПЗ)	6	8	6
Лабораторные работы (ЛР)			
КСР			
Курсовая проект работа (КР)			
Расчетно - графическая работа (РГР)			
Самостоятельная работа (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам, рубежному контролю и т.д.)	89	85	62
Подготовка и сдача экзамена			36
Подготовка и сдача зачета	9	9	
Вид итогового контроля (зачет, экзамен)	3	3	э

Содержание разделов и формы текущего контроля

№	Наименование и содержание раздела	Количество часов						Литература, рекомендуемая студентам*	Виды интерактивных образовательных технологий**
		Аудиторная работа				СРС	Всего		
		Л	ПЗ	ЛР	КСР				
1	Элементы теории функций и функционального анализа	1	2			29	32	6.1.1, 6.1.2, 6.3.5	<i>проблемное обучение, лекция-визуализация</i>
2	Экстремальные задачи. Выпуклый анализ.	1	2			30	33	6.2.12, 6.2.9	<i>проблемное обучение, лекция-визуализация</i>
3	Теория вероятностей. Математическая статистика.	2	2			30	34	6.1.3, 6.1.13, 6.3.4	<i>проблемное обучение, лекция-визуализация</i>
4	Принятие решений.	2	2			25	29	6.1.12	<i>проблемное обучение, лекция-визуализация</i>
5	Исследование операций и задачи искусственного интеллекта.	2	2			30	34	6.1.4-5, 6.1.11, 6.3.8	<i>проблемное обучение, лекция-визуализация</i>
6	Численные методы. Вычислительный эксперимент.	2	4			30	36	6.2.11	<i>проблемное обучение, лекция-визуализация</i>
7	Алгоритмические языки.	2	2			21	25	6.1-4, 6.3.3	<i>проблемное обучение, лекция-визуализация</i>
8	Основные принципы математического моделирования. Методы исследования математических моделей.	1	2			21	24	6.1.7-10, 6.2.5-7	<i>проблемное обучение, лекция-визуализация</i>
9	Математические модели в научных исследованиях	1	2			20	23	6.1.7-10, 6.2.5-7	<i>проблемное обучение, лекция-визуализация</i>

\*Указывается номер источника из соответствующего раздела рабочей программы, раздел (например, Р 6.1 №1, гл.3)

\*\*Указываются образовательные технологии, используемые при реализации различных видов работы.

Занятия, проводимые в интерактивной форме, составляют 100% от общего количества аудиторных часов по дисциплине Модуль: Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.



## Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Элементы теории функций и функционального анализа.	2
2	2	Экстремальные задачи. Выпуклый анализ.	2
3	3	Теория вероятностей. Математическая статистика.	2
4	4	Принятие решений.	2
5	5	Исследование операций и задачи искусственного интеллекта.	2
6	6	Численные методы. Вычислительный эксперимент.	4
7	7	Алгоритмические языки.	2
8	8	Основные принципы математического моделирования. Методы исследования математических моделей.	2
9	9	Математические модели в научных исследованиях.	2

### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Перечень вопросов и заданий (тематика связана с проводимым научным исследованием), структурированных по темам для самостоятельного изучения. Учебный план предусматривает изучение модуля в течение 3-х семестров. Предусматриваются следующие формы итогового контроля: 2 семестр – зачет; 3-й семестр – зачет с оценкой; 4-й семестр – экзамен.

#### **Тема 1** *Элементы теории функций и функционального анализа.*

Вопросы для самостоятельного изучения (подготовке к обсуждению):

1. Линейные операторы.
2. Элементы спектральной теории.
3. Дифференциальные и интегральные операторы.

Задания:

Решение задач функционального анализа.

#### **Тема 2** *Экстремальные задачи. Выпуклый анализ.*

Вопросы для самостоятельного изучения (подготовке к обсуждению):

1. Основы вариационного исчисления.
2. Задачи оптимального управления.
3. Принцип максимума.
4. Принцип динамического программирования.

Задания:

Решение экстремальных задач.

#### **Тема 3** *Теория вероятностей. Математическая статистика.*

Вопросы для самостоятельного изучения (подготовке к обсуждению):

1. Элементы многомерного статистического анализа.

2. Основные понятия теории статистических решений.
3. Основы теории информации.
4. Пакеты Statistica, SPSS, SAS.

Задания:

Программно реализовать методы теории вероятностей.

Программно реализовать методы математической статистики.

Решение задач теории информации.

#### **Тема 4 Принятие решений.**

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Метод последовательного принятия решения.

Задания:

Программно реализовать методы теории принятия решений.

Решить задачу теории принятия решений.

#### **Тема 5 Исследование операций и задачи искусственного интеллекта.**

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Распознавание образов.

Задания:

Программно реализовать методы исследования операций.

Программно реализовать методы искусственного интеллекта.

Решить задачу с использованием методов искусственного интеллекта.

#### **Тема 6 Численные методы. Вычислительный эксперимент.**

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Слайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных элементов.
2. Преобразования Фурье, Лапласа, Хаара и др.
3. Численные методы вейвлет-анализа.

Задания:

Проведение вычислительного эксперимента.

Использование численных методов при решении задач.

#### **Тема 7 Алгоритмические языки.**

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Пакеты прикладных программ.

Задания:

Программно реализовать разработанные в рамках исследования алгоритмы.

#### **Тема 8 Основные принципы математического моделирования. Методы исследования математических моделей.**

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы.
2. Вариационные принципы построения математических моделей.

#### **Тема 9 Математические модели в научных исследованиях.**

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Модели динамических систем. Особые точки.
2. Бифуркации.
3. Динамический хаос.
4. Эргодичность и перемешивание.
5. Понятие о самоорганизации.
6. Диссипативные структуры.
7. Режимы с обострением.

Задания:

Программно реализовать разработанные в рамках исследования математические модели и методы решения задач в рамках научных исследований.

## 5. Фонд оценочных средств

Оценка уровня освоения дисциплины осуществляется в виде текущего и промежуточного контроля успеваемости аспирантов университета, и на основе критериев оценки уровня освоения дисциплины.

Оценивание проводится преподавателем независимо от наличия или отсутствия обучающегося (по уважительной или неуважительной причине) на занятии. Оценка носит комплексный характер и учитывает достижения обучающегося по основным компонентам учебного процесса за текущий период.

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Уровень освоения, определяемый этапом формирования компетенции	Наименование оценочного средства*
1	Элементы теории функций и функционального анализа.	ОПК1, ПК1	Базовый, Базовый	(Т) Ответы на вопросы, комплексное задание
2	Экстремальные задачи. Выпуклый анализ.	ОПК1, ПК1	Базовый, Базовый, Базовый, Базовый	(Т) Ответы на вопросы, комплексное задание
3	Теория вероятностей. Математическая статистика.	ОПК1, ПК1, ПК2, ПК3	Базовый, Базовый, Базовый, Базовый	(Т) Ответы на вопросы, комплексное задание
4	Принятие решений.	ОПК1, ПК1, ПК3	Базовый, Базовый, Базовый	(Т) Ответы на вопросы, комплексное задание
5	Исследование операций и задачи искусственного интеллекта.	ОПК1, ПК1, ПК3, ПК4	Базовый, Базовый, Базовый, Базовый	(Т) Ответы на вопросы, комплексное задание

6	Численные методы. Вычислительный эксперимент.	ОПК1, ПК1	Базовый, Базовый	(Т) Ответы на вопросы, комплексное задание
7	Алгоритмические языки.	ОПК1, ПК1, ПК2, ПК4	Базовый, базовый, Базовый, Базовый	(Т) Ответы на вопросы, комплексное задание
8	Основные принципы математического моделирования. Методы исследования математических моделей.	ОПК1, ПК1, ПК2	Базовый, Базовый, Базовый	(Т) Ответы на вопросы, комплексное задание
9	Математические модели в научных исследованиях	ОПК1, ПК1, ПК4	Базовый, Базовый, Базовый	(Т) Ответы на вопросы, комплексное задание

\* Планируемые формы контроля: защита лабораторной работы (ЗЛР), курсовой работы (КР), расчетно-графической работы (РГР), домашнего задания (ДЗ) написание реферата (Р), эссе (Э), тестирование, ответы на вопросы (Т), кейс-анализ (КА) и т.д.

Если имеется свидетельство о государственной или общественной регистрации форм оценочных средств, то следует указать его реквизиты.

#### Вопросы к зачету (экзамену)

*Элементы теории функций и функционального анализа.*

1. Понятие меры и интеграла Лебега.
2. Метрические и нормированные пространства.
3. Пространства интегрируемых функций.
4. Пространства Соболева.
5. Линейные непрерывные функционалы.
6. Теорема Хана-Банаха.
7. Линейные операторы.
8. Элементы спектральной теории.
9. Дифференциальные и интегральные операторы.

*Экстремальные задачи. Выпуклый анализ.*

10. Экстремальные задачи в евклидовых пространствах.
11. Выпуклые задачи на минимум.
12. Математическое программирование, линейное программирование, выпуклое программирование.
13. Задачи на минимакс.
14. Основы вариационного исчисления.
15. Задачи оптимального управления.
16. Принцип максимума.
17. Принцип динамического программирования.

*Теория вероятностей. Математическая статистика.*

18. Аксиоматика теории вероятностей.
19. Вероятность, условная вероятность. Независимость.
20. Случайные величины и векторы.
21. Элементы корреляционной теории случайных векторов.
22. Элементы теории случайных процессов.
23. Точечное и интервальное оценивание параметров распределения.
24. Элементы теории проверки статистических гипотез.
25. Элементы многомерного статистического анализа.
26. Основные понятия теории статистических решений.
27. Основы теории информации.

*Принятие решений.*

28. Общая проблема решения.
29. Функция потерь.
30. Байесовский и минимаксный подходы.
31. Метод последовательного принятия решения.

*Исследование операций и задачи искусственного интеллекта.*

32. Экспертизы и неформальные процедуры.
33. Автоматизация проектирования.
34. Искусственный интеллект.
35. Распознавание образов.

*Численные методы.*

36. Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей.
37. Численное дифференцирование и интегрирование.
38. Численные методы поиска экстремума.
39. Вычислительные методы линейной алгебры.
40. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений.
41. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных элементов.
42. Преобразования Фурье, Лапласа, Хаара и др.
43. Численные методы вейвлет-анализа.

*Вычислительный эксперимент.*

44. Принципы проведения вычислительного эксперимента.
45. Модель, алгоритм, программа.

*Алгоритмические языки.*

46. Представление о языках программирования высокого уровня.
47. Пакеты прикладных программ.

*Основные принципы математического моделирования.*

48. Элементарные математические модели в механике, гидродинамике, электродинамике.
49. Универсальность математических моделей.
50. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы.
51. Вариационные принципы построения математических моделей.

*Методы исследования математических моделей.*

52. Устойчивость.

53. Проверка адекватности математических моделей.

*Математические модели в научных исследованиях.*

54. Математические модели в статистической механике, экономике, биологии.

55. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем.

56. Задачи редукции к идеальному прибору.

57. Синтез выходного сигнала идеального прибора.

58. Проверка адекватности модели измерения и адекватности результатов редукции.

59. Модели динамических систем. Особые точки.

60. Бифуркации.

61. Динамический хаос.

62. Эргодичность и перемешивание.

63. Понятие о самоорганизации.

64. Диссипативные структуры.

65. Режимы с обострением.

**Критерии оценки на зачете:**

оценка «зачтено» выставляется студенту, если он продемонстрировал:

- достаточный объем знаний в рамках образовательного стандарта;

- усвоение основной литературы, рекомендованной учебной программой дисциплины;

- использование научной терминологии, стилистическое и логическое изложение ответа на вопросы, умение делать выводы без существенных ошибок;

- владение инструментарием учебной дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;

- умение под руководством преподавателя решать стандартные (типовые) проблемы;

- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им оценку;

- самостоятельную работу и работу под руководством преподавателя на практических занятиях, допустимый уровень культуры исполнения заданий.

оценка «не зачтено» выставляется студенту, если он продемонстрировал

- недостаточно полный объем знаний или фрагментарные знания в рамках образовательного стандарта;

- знание отдельных литературных источников, рекомендованных учебной программой дисциплины;

- использование научной терминологии, изложение ответа на вопросы с существенными лингвистическими и логическими ошибками;

- слабое владение инструментарием учебной дисциплины, некомпетентность в решении стандартных (типовых) задач;

- неумение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях изучаемой дисциплины;

- пассивность на практических занятиях, низкий уровень культуры исполнения заданий.

**Критерии оценки на экзамене:**

- оценка «отлично» выставляется студенту, усвоившему принципы изучаемой дисциплины, основные методы и алгоритмы, изучаемые в рамках дисциплины; умеющему их применять для решения практических задач, начиная с математической постановки задачи и определения целей ее решения, построения математической модели, выбора эффективного метода и алгоритма решения, и завершая анализом полученных результатов; проявившему творческие

способности в понимании, изложении и использовании учебного материала; продемонстрировавшему знание соответствующей литературы; владеющему разносторонними навыками и признаками выполнения практических работ;

- оценка «хорошо» выставляется студенту, обнаружившему полное знание учебного материала, показавшему системный характер знаний по всем темам курса, способному к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей работы и профессиональной деятельности;

- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, умение применить и использовать их в практических ситуациях, допустившему погрешности в ответе на зачете и при выполнении заданий, но обладающему необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя;

- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в изложении основных тем курса и который не может продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по данной дисциплине.

### **Типовые оценочные материалы**

**Раздел (тема) дисциплины** *Элементы теории функций и функционального анализа.*

**Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)**

1. Линейные операторы.
2. Элементы спектральной теории.
3. Дифференциальные и интегральные операторы.

**Комплексное задание:** решить задачи функционального анализа.

#### **Критерии оценки:**

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола;

- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола.

**Раздел (тема) дисциплины** *Экстремальные задачи. Выпуклый анализ.*

**Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)**

1. Основы вариационного исчисления.
2. Задачи оптимального управления.
3. Принцип максимума.
4. Принцип динамического программирования.

**Комплексное задание:** решить экстремальные задачи.

#### **Критерии оценки:**

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола;

- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола.

**Раздел (тема) дисциплины** *Теория вероятностей. Математическая статистика.*

**Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)**

1. Элементы многомерного статистического анализа.
2. Основные понятия теории статистических решений.
3. Основы теории информации.
4. Пакеты Statistica, SPSS, SAS.

**Комплексное задание:**

Программно реализовать методы теории вероятностей.

Программно реализовать методы математической статистики.  
Решение задач теории информации.

**Критерии оценки:**

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола.

**Раздел (тема) дисциплины** *Принятие решений.*

**Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)**

1. Метод последовательного принятия решения.

**Комплексное задание:** Программно реализовать методы теории принятия решений.  
Решить задачу: по теории принятия решений.

**Критерии оценки:**

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола.

**Раздел (тема) дисциплины** *Исследование операций и задачи искусственного интеллекта.*

**Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)**

1. Распознавание образов.

**Комплексное задание:**

Программно реализовать методы исследования операций.  
Программно реализовать методы искусственного интеллекта

**Критерии оценки:**

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола.

**Раздел (тема) дисциплины** *Численные методы. Вычислительный эксперимент.*

**Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)**

1. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных элементов.
2. Преобразования Фурье, Лапласа, Хаара и др.
3. Численные методы вейвлет-анализа.

**Комплексное задание:** Проведение вычислительного эксперимента. Использование численных методов при решении задач.

**Критерии оценки:**

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола.

**Раздел (тема) дисциплины** *Алгоритмические языки.*

**Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)**

1. Пакеты прикладных программ.

**Комплексное задание:** Программно реализовать разработанные в рамках исследования алгоритмы.



**Критерии оценки:**

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола.

**Раздел (тема) дисциплины** *Основные принципы математического моделирования. Методы исследования математических моделей.*

**Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)**

1. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы.
2. Вариационные принципы построения математических моделей.

**Комплексное задание:** оценить надежность программы.

**Критерии оценки:**

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола.

**Раздел (тема) дисциплины** *Математические модели в научных исследованиях.*

**Перечень дискуссионных тем для круглого стола (дискуссии, полемики, диспута, дебатов)**

1. Модели динамических систем. Особые точки.
2. Бифуркации.
3. Динамический хаос.
4. Эргодичность и перемешивание.
5. Понятие о самоорганизации.
6. Диссипативные структуры.
7. Режимы с обострением.

**Комплексное задание:** Программно реализовать разработанные в рамках исследования математические модели и методы решения задач в рамках научных исследований.

**Пример:**

Методом пограничного слоя построить главные члены асимптотики решения задачи.

**Критерии оценки:**

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если была проявлена дискуссионная активность в рамках круглого стола;
- оценка «не зачтено» - отсутствовала дискуссионная активность в рамках круглого стола.

**6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)****6.1 Основная литература**

1. Треногин, В.А. Функциональный анализ: учебник / В. А. Треногин. - Москва: Физматлит, 2007. - 488 с. [[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=59471](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59471)].
2. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа: учебник / А. Н. Колмогоров, С.В. Фомин; МГУ им. М.В. Ломоносова. - 7-е изд. - М.: Физматлит, 2004. [[http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/diplom/kolmogorov\\_elementi\\_teorii\\_funkcion\\_analiza\\_2004.pdf](http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/diplom/kolmogorov_elementi_teorii_funkcion_analiza_2004.pdf)].
3. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: [учебное пособие для студентов вузов] / В.Е. Гмурман. - 12-е изд. - Москва: Юрайт, 2014. - 479 с. [[http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Gmurman\\_teorija\\_verojat\\_mat\\_stat\\_12izd\\_2014.pdf](http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Gmurman_teorija_verojat_mat_stat_12izd_2014.pdf)].
4. Вентцель, Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология: учебное пособие / Е.С. Вентцель. - Изд. 5-е, стер. - Москва: КНОРУС, 2010. - 192 с.
5. Ржевский, С.В. Исследование операций: учебное пособие / С. В. Ржевский. - Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2013. - 475с.

6. Зализняк, В.Е. Численные методы. Основы научных вычислений: учебник и практикум для академического бакалавриата / В. Е. Зализняк. - 2-изд., перераб. и доп. - Москва: Юрайт, 2014. - 356 с. [[http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Zaliznyak\\_Chislen\\_metody\\_2izd\\_2012.pdf](http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Zaliznyak_Chislen_metody_2izd_2012.pdf)].
7. Зарубин, В.С. Математическое моделирование в технике: Учеб. Пособие для студ. Тех. Вузов / В. С. Зарубин; Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко.- М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001.-496 с.; 21см. - (Математика в техническом ун-те; Вып. XXI, заключительный). - Пилож.: Предметный указатель к XXI выпуску и комплексу из 20 выпусков. - Библиогр.: с. 402-405 .- ISBN 5-7038-1435-9: 91.20.
8. Самарский, А.А. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры / А.А. Самарский, А.П. Михайлов.- 2-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 320 с.; 21 см.- Библиогр.: с. 313-316(89 назв.).- ISBN 5-9221-0120-X.
9. Введение в математическое моделирование: [учебное пособие] / В. Н. Ашихмин [и др.]; под ред. П.В. Трусова.- М.: Логос, 2007. - 400 с.
10. Асанов, А.З. Введение в математическое моделирование динамических систем: учебное пособие / А.З. Асанов; Казанский государственный университет. - Казань: Изд-во Казанск. гос. ун-та, 2008 .- 220 с.
11. Таха Х. Введение в исследование операций. 7-е издание: Пер. с англ. - М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
12. Демидова, Л. А. Принятие решений в условиях неопределенности [Электронный ресурс] / Л. А. Демидова, В. В. Кираковский, А. Н. Пылькин.- Москва: Горячая линия-Телеком, 2012 .— 287 с. [[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=5151](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=5151)].
13. Панин, В. В. Основы теории информации [Электронный ресурс]: [учебное пособие] / В. В. Панин. - 4-е изд. - Москва: Бином. Лаборатория знаний, 2012 - 438 с. [[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=4427](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=4427)].

## 6.2 Дополнительная литература

1. Морозов, В.П. Основы алгоритмизации, алгоритмические языки и системное программирование: Задачник: [учеб. пособие для вузов по направлению "Экономика", спец."Информ. системы в экономике"] / В.П. Морозов, В.В. Шураков. - М.: Финансы и статистика, 1994. - 223 с.
2. Докукина, Т.К. Программирование и алгоритмические языки / Т.К. Докукина. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Машиностроение, 1992. - 495с.
3. Васильев, А.Н. Java. Объектно-ориентированное программирование: для магистров и бакалавров: базовый курс по объектно-ориентированному программированию / А. Н. Васильев. - Санкт-Петербург [и др.]: Питер, 2014. - 400 с. [[http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Vasilev\\_Ob\\_orien\\_prog\\_2014.pdf/](http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Vasilev_Ob_orien_prog_2014.pdf/)]
4. Павловская, Т.А. C/C++. Процедурное и объектно-ориентированное программирование: [учебник для студентов высших учебных заведений] / Т.А. Павловская. - Санкт-Петербург [и др.]: Питер, 2015. [[http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Pavlovskaja\\_CC+++\\_2015.pdf](http://www.library.ugatu.ac.ru/pdf/teach/Pavlovskaja_CC+++_2015.pdf)].
5. Щипачев, А.М. Математическое моделирование в машиностроении на основе линейного программирования: [учебное пособие] / А. М. Щипачев, С. М. Бакусова; ГОУ ВПО УГАТУ .- Уфа: УГАТУ, 2006.- 81 с.
6. Боткин, А.В. Методические указания к практическим занятиям по дисциплине "Теория обработки металлов давлением раздел "Математическое моделирование процессов ОМД" / Сост.: А.В. Боткин. - Уфа: УГАТУ, 2003. - 15 с.; 20 см. - (Кафедра машин и технология обработки металлов давлением).
7. Глухов В.В., Медников М.Д., Коробко С.Б. Математические методы и модели для менеджмента. 2-е изд. испр. и доп. – Спб.: Лань, 2007. – 528с.
8. Ясницкий, Л. Н. Введение в искусственный интеллект: учебное пособие для вузов / Л. Н. Ясницкий.— М.: Академия, 2005. - 176 с.
9. Баранов, В. И. Экстремальные комбинаторные задачи и их приложения / В. И. Баранов, Б. С. Стечкин.- 2-е изд., испр. и доп. - М.: Физматлит, 2004. - 240 с.

10. Пшеничный, Б.Н. Выпуклый анализ и экстремальные задачи / Б.Н. Пшеничный. - М.: Наука, 1980.
11. Подвальный, С.Л. Численные методы и вычислительный эксперимент: учебное пособие для вузов / С.Л. Подвальный, Л.В. Холопкина, Д.В. Попов; УГАТУ; Воронеж. гос. техн. ун-т. - Уфа : УГАТУ, 2005. - 224 с.
12. Экланд, И. Выпуклый анализ и вариационные проблемы / Пер. с англ. В.М.Тихомирова. - М.: Мир, 1979. - 399с.

### 6.3. Интернет-ресурсы (электронные учебно-методические издания, лицензионное программное обеспечение)

На сайте библиотеки <http://library.ugatu.ac.ru/> в разделе «Информационные ресурсы», подраздел «Доступ к БД» размещены ссылки на интернет-ресурсы.

1. Горбаченко В.И. Вычислительная линейная алгебра с примерами на MATLAB. - СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 320 с [http://static2.ozone.ru/multimedia/book\_file/1005731809.pdf].
2. Сергиевский Г.М. Функциональное и логическое программирование: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Г. М. Сергиевский, Н.Г.Волчёнков. - М.: Издательский центр «Академия», 2010. - 320 с. [http://www.academia-moscow.ru/ftp\_share/\_books/fragments/fragment\_13330.pdf]
3. Мухортов В.В., Рылов В.Ю. Объектно-ориентированное программирование, анализ и дизайн. Методическое пособие. Новосибирск, 2002 г. – 108 с. [http://ccfit.nsu.ru/~rylov/OOP&OOD.PDF].
4. Хохлов Г.И. Основы теории информации. Учебное пособие. – М.: Издательский центр «Академия», - 2008 г. – 176 с.
5. Математические методы исследования операций в экономике, Мастяева И.Н., Семенихина О.Н., Грызина Н.Ю., М.: МЭСИ, 2007. – 204 с. [http://www.alleng.ru/d/econ/econ319.htm]
6. Глухов В.В., Медников М.Д., Коробко С.Б. Экономико-математические методы для менеджмента. – Спб.: Лань, 2008. – 150 с. [http://www.alleng.ru/d/manag/man253.htm]
7. Половинкин Е.С. Выпуклый анализ / учебно-методическое пособие. – М.: Из-во МФТИ. 2006 г. – 34. [http://www.math.fizteh.ru/study/uchebniki/polovin-arph0dyfud3.pdf].
8. Ганенкова Е.Г., Амозова К.Ф. Задачи по функциональному анализу/ учебное пособие – Петрозаводск: Издательство ПерГУ, - 2012 г. 103 с. [http://analysis.petrso.ru/attachments/article/27/fa2012.pdf].

### 6.4 Методические указания к практическим занятиям

1. Боткин, А.В. Методические указания к практическим занятиям по дисциплине "Теория обработки металлов давлением раздел "Математическое моделирование процессов ОМД" / Сост.: А.В. Боткин. - Уфа: УГАТУ, 2003.— 15 с.
2. Юсупова Н.И. Методические указания «Вычислительные аспекты в задачах теории информации» / Н.И. Юсупова, О.Н. Сметанина, Г.Р. Шахмаметова // Уфа: Изд. Уфимск. гос. авиац. техн. ун-та, 2003. — 29 с.

## 7. Образовательные технологии

№	Наименование	Доступ, количество одновременных пользователей	Реквизиты договоров с правообладателями
Программного комплекса			
1	операционная система Microsoft Windows	1800 компьютеров	договор ЭФ-193/0503-14
2	Microsoft Office	1800 компьютеров	договор ЭФ-

## 8. Методические указания по освоению дисциплины

### Раздел 1. Элементы теории функций и функционального анализа

*Лекция: №1, Объем лекций: 1 час*

На изучение материала данной темы отводится 1 час лекционных занятий, 2 часа практических занятий и 29 часов самостоятельной работы.

*При самостоятельной проработке материалов темы 1 необходимо использовать:*

- учебное пособие 6.1.1, 6.1.2, 6.2.11;
- презентации № 1, лекционного курса.

При изучении материалов темы 1 необходимо акцентировать внимание на следующих понятиях и теоремах:

Понятие меры и интеграла Лебега.

Метрические и нормированные пространства.

Пространства интегрируемых функций.

Пространства Соболева.

Линейные непрерывные функционалы.

Теорема Хана-Банаха.

Линейные операторы.

Элементы спектральной теории.

Дифференциальные и интегральные операторы.

*При выполнении практического задания по теме 1 необходимо подготовиться для проведения дискуссии в рамках круглого стола по следующим темам:*

1. Линейные операторы.
2. Элементы спектральной теории.
3. Дифференциальные и интегральные операторы.

*и выполнить следующие задания:*

Решить задачи функционального анализа (6.2.11).

### Раздел 2. Экстремальные задачи. Выпуклый анализ.

*Лекция: №1, Объем лекций: 1 час*

На изучение материала данной темы отводится 1 час лекционных занятий, 2 часа практических занятий и 30 часов самостоятельной работы.

*При самостоятельной проработке материалов темы 2 необходимо использовать:*

- учебное пособие 6.2.15, 6.2.12;
- презентации № 2 лекционного курса.

*При изучении материалов темы 2 необходимо акцентировать внимание на следующих понятиях:*

1. Экстремальные задачи в евклидовых пространствах.
2. Выпуклые задачи на минимум.
3. Математическое программирование, линейное программирование, выпуклое программирование.
4. Задачи на минимакс.
5. Основы вариационного исчисления.
6. Задачи оптимального управления.
7. Принцип максимума.
8. Принцип динамического программирования.

*При выполнении практического задания по теме 2 необходимо подготовиться для проведения дискуссии в рамках круглого стола по следующим темам:*

4. Основы вариационного исчисления.
5. Задачи оптимального управления.
6. Принцип максимума.
7. Принцип динамического программирования.

и выполнить задания:

Решение экстремальных задач (6.2.12).

**Пример:** дано: в трех цехах ( $\text{Ц}_1, \text{Ц}_2, \text{Ц}_3$ ) изготавливается два вида изделий  $\text{И}_1$  и  $\text{И}_2$ . Известна загрузка каждого цеха  $a_i$  (оцениваемая в данном случае в процентах) при изготовлении каждого из изделий и прибыль (или цена, объем реализуемой продукции в рублях)  $c_i$  от реализации изделий.

**Требуется определить,** сколько изделий каждого вида следует производить при возможно более полной загрузке цехов, чтобы получить за рассматриваемый плановый период  $\max$  прибыль или  $\max$  объем реализуемой продукции.

Такую ситуацию удобно отобразить в таблице, которая подсказывает характерную для задач мат. программирования форму представления задачи, т.е. целевую функцию (в данном случае определяющую  $\max$  прибыли или объема реализуемой продукции)

Изделие	Цех (участок)			Цена изделия
	$\text{Ц}_1$	$\text{Ц}_2$	$\text{Ц}_3$	
$\text{И}_1$	5%	1,6%	2,9%	240 руб.
$\text{И}_2$	4%	17,4%	5,8%	320 руб.
Максимальная загрузка	100%	100%	100%	

$x_1$  – количество изготовленных изделий вида  $\text{И}_1$ ;  $x_2$  – количество изготовленных изделий вида  $\text{И}_2$ ;

$$F(x) = \sum_{i=1}^n c_i x_i = 240x_1 + 320x_2 \rightarrow \max^{(1)}$$

и ряд ограничений (в данном случае диктуемых возможностями цехов, т.е. их предельной 100%-ной загрузкой)

$$5x_1 + 4x_2 \leq 100;$$

$$1,6x_1 + 17,4x_2 \leq 100; (2)$$

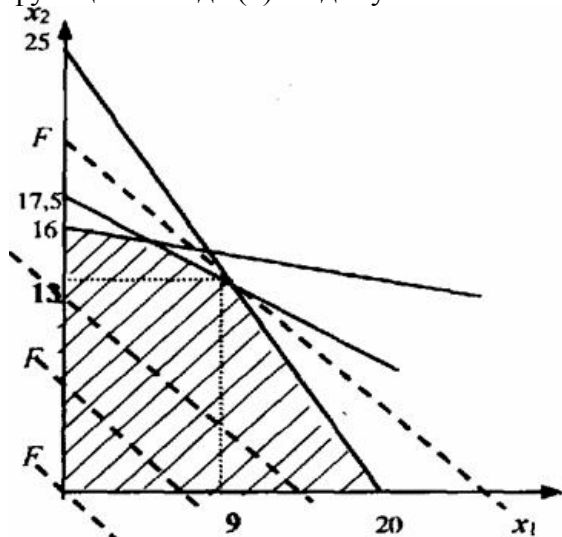
$$2,9x_1 + 5,8x_2 \leq 100.$$

Простые ЗЛП допускают геометрическую интерпретацию, позволяющую непосредственно из графика получить решение и проиллюстрировать идею решения более сложных задач ЛП.

### Графическое решение задачи

Ограничения задают область допустимых решений в форме (заштрихованного) четырехугольника, а семейство (пунктирных) прямых, представляет собой линии уровня целевой функции  $F$ .

Существует два крайних положения линии уровня, когда она «касается» допустимого множества. Этим двум положениям в данном случае соответствуют две точки «касания» - начало координат  $(0, 0)$  и точка  $(9, 13)$ . Первая из этих точек - точка минимума, а вторая - максимума данной функции  $F$  вида (1) на допустимом множестве (2).



В случае большего числа разнородных ограничений графическая интерпретация задачи затруднена, поэтому задачу представляют в математической форме и используются специальные методы.

### Раздел 3. Теория вероятностей. Математическая статистика.

*Лекция: №2, Объем лекций: 2 час*

На изучение материала данной темы отводится 2 часа лекционных занятий, 2 часа практических занятий и 30 часов самостоятельной работы.

*При самостоятельной проработке материалов темы 3 необходимо использовать:*

- учебное пособие 6.1.3, 6.1.15, 6.3.4;
- презентации № 3 лекционного курса.

При изучении материалов темы 3 необходимо акцентировать внимание на следующих понятиях:

1. Аксиоматика теории вероятностей.
2. Вероятность, условная вероятность. Независимость.
3. Случайные величины и векторы.
4. Элементы корреляционной теории случайных векторов.
5. Элементы теории случайных процессов.
6. Точечное и интервальное оценивание параметров распределения.
7. Элементы теории проверки статистических гипотез.
8. Элементы многомерного статистического анализа.
9. Основные понятия теории статистических решений.
10. Основы теории информации.

*При выполнении практического задания по теме 3 необходимо подготовиться для проведения дискуссии в рамках круглого стола по следующим темам:*

1. Элементы многомерного статистического анализа.
2. Основные понятия теории статистических решений.
3. Основы теории информации.
4. Пакеты Statistica, SPSS, SAS.

*и выполнить следующие задания:*

Программно реализовать методы теории вероятностей.

Программно реализовать методы математической статистики.

Решение задач теории информации (6.3.4).

**Пример.** По двоичному симметричному каналу связи с помехами передаются два сигнала  $x_1$  и  $x_2$  с априорными вероятностями  $P(x_1)=3/4$  и  $P(x_2)=1/4$ . Из-за наличия помех вероятность правильного приема каждого из сигналов уменьшается до  $7/8$ . Требуется определить:

- 1) полную информацию  $I(X)$  на выходе источника сигналов;
- 2) взаимную частную информацию  $I(y_2, x_2)$  двух случайных сигналов на выходе и входе канала связи относительно друг друга (т.е. количество информации о сигнале  $x_2$  источника в сообщении  $y_2$  приемника);
- 3) условную частную информацию  $I(x_2/y_2)$ , содержащуюся в сообщении  $x_2$  источника при условии приема сообщения  $y_2$ ;
- 4) среднее количество информации  $I(y_2, X)$  в принятом сообщении  $y_2$  относительно всех передаваемых сообщений  $X(x_1, x_2)$ ;
- 5) среднее количество взаимной информации  $I(Y, X)$  в сообщениях  $Y$  приемника о сообщениях  $X$  источника.

**Решение.** По условию:

а) безусловные вероятности  $P(x_i)=P_{x_i}$  сообщений  $x_1$  и  $x_2$ :  $P_{x_1}=3/4$ ;  $P_{x_2}=1/4$ .

б) условные вероятности  $P(y_j/x_i)=P_{y_{j,i}}$  приема сообщений  $y_1, y_2$  при условии передачи сообщений

$x_1, x_2$ :

$P_{y_{x_1,1}}:=7/8$ ;  $P_{y_{x_1,2}}:=1/8$ ;  $P_{y_{x_2,1}}:=1/8$ ;  $P_{y_{x_2,2}}:=7/8$ .

Вычислим вероятности  $P(y_j)=Py_j$ ,  $P(x_i, y_j)=Pxy_{i,j}$  и  $P(x_i/y_j)=Px_{y_i,j}$  при  $i:=1..2$  и  $j:=1..2$ , необходимые для расчета информационных характеристик:

$$Py_i := \sum_{i=1}^2 Px_i Py_{x_{j,i}}; Py_1 = 0,688; Py_2 = 0,313.$$

ORIGIN  $\equiv 1$  – задание начального значения индексов;

$$Pxy_{i,j} := Px_i Py_{x_{j,i}}; Pxy = \begin{pmatrix} 0,656 & 0,094 \\ 0,031 & 0,219 \end{pmatrix}.$$

Итак,  $Pxy_{1,1} = 0,656$ ;  $Pxy_{2,1} = 0,031$ ;  $Pxy_{1,2} = 0,094$ ;  $Pxy_{2,2} = 0,219$ .

$$\text{Так как } Px_{y_i,j} := \frac{Px_i Py_{x_{j,i}}}{Py_j} \text{ или } Px_{y_i,j} := \frac{Pxy_{i,j}}{Py_j},$$

то имеем следующие условные вероятности  $Px_y = \begin{pmatrix} 0,955 & 0,300 \\ 0,045 & 0,700 \end{pmatrix}$ , т.е.

$$Px_{y_{1,1}} = 0,955; Px_{y_{2,1}} = 0,045; Px_{y_{1,2}} = 0,3; Px_{y_{2,2}} = 0,7.$$

Определим единицы измерения количества информации:

а) при натуральном логарифме (нит) –  $nit := \ln(e)$ ;

б) при двоичном логарифме (бит) –  $bit := nit \ln(2)$ .

В случае дискретного источника полное количество информации на его выходе в расчете на одно сообщение, согласно  $I(X) = H(X) = M[-\log_2 P(X)] \geq 0$ , совпадает с энтропией

$$H(X) = \sum_{i=1}^N P(x_i) \log_a \frac{1}{P(x_i)} = -\sum_{i=1}^N P(x_i) \log_a P(x_i), \quad \text{источника} \quad \text{и} \quad \text{будет}$$

$$I_X := -\sum_{i=1}^2 Px_i \ln(Px_i); I_X = 0,562nit \text{ или } I_X = 0,811bit.$$

Согласно  $I(y_j \leftrightarrow x_i) = \log_2 \frac{P(x_i, y_j)}{P(x_i)P(y_j)} = \log_2 \frac{P(x_i / y_j)}{P(x_i)} = \log_2 \frac{P(y_j / x_i)}{P(y_j)}$ , взаимная частная

информация  $I(y_2, x_2)$  двух сигналов

$$Iyx_{2,2} := \ln \left( \frac{Py_{x_{2,2}}}{Py_2} \right) \text{ или } Ixy_{2,2} := \ln \left( \frac{Px_{y_{2,2}}}{Px_2} \right); Iyx_{2,2} = 1,485bit; Ixy_{2,2} = 1,485bit.$$

Условная частная информация  $I(x_2/y_2) Ix_{y_{2,2}} := -\ln(Px_{y_{2,2}})$ ;  $Ix_{y_{2,2}} = 0,515bit$ .

Согласно  $I(y_j \rightarrow X) = \sum_{i=1}^n P(x_i / y_j) \log_2 \frac{P(x_i, y_j)}{P(x_i)}$ , среднее количество информации  $I(y_j, X)$  в

принятом сообщении  $y_j$  относительно всех передаваемых сообщений  $X$   $Iy_{X_j} := \sum_i Px_{y_{i,j}} \ln \left( \frac{Px_{y_{i,j}}}{Px_i} \right)$ ;

$$Iy_X = \begin{pmatrix} 0,22 \\ 0,643 \end{pmatrix} bit; Iy_{X_1} = 0,22bit; Iy_{X_2} = 0,643bit.$$

Согласно  $I(X \leftrightarrow Y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P(x_i, y_j) \log_2 \frac{P(x_i, y_j)}{P(x_i)P(y_j)}$ , среднее количество взаимной информации

$I(Y, X)$  в сообщениях  $Y$  приемника относительно всех передаваемых сообщений  $X$

$$I_{YX} := \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 Pxy_{i,j} \ln \left( \frac{Pxy_{i,j}}{Px_i Py_j} \right); I_{YX} = 0,352bit.$$

Рассмотрим второй способ определения  $I(Y,X)$ . Найдем, согласно  $H(X,Y) = -\sum_i \sum_j P(x_i, y_j) \log_2 P(x_i / y_j) = M[-\log_2 P(X/Y)]$ , условную энтропию источника при условии снятия неопределенности приемника  $HX_Y := -\sum_i \sum_j P_{xy_{i,j}} \ln(P_{x_{y_{i,j}}})$ ;  $HX_Y = 0,459bit$ .

Тогда на основании (2.3) с учетом  $I(X)=H(X)$  среднее количество взаимной информации  $I(Y,X)$  в расчете на одно сообщение  $I_{YX} := I_X - HX_Y$ ;  $I_{YX} = 0,352bit$ .

**Пример.** Ансамбль  $N:=9$  сообщений  $x_i$ ,  $i:=1..N$  на выходе источника  $X$  имеет следующие вероятности их появлений, заданные при ORIGIN:=1 вектор-строкой  $P_x(0,04 \ 0,06 \ 0,08 \ 0,10 \ 0,10 \ 0,12 \ 0,15 \ 0,15 \ 0,20)$ , где, например,  $P_x^{<3>}=0,08$  и  $P_x^{<6>}=0,12$ .

Произвести кодирование эффективным двоичным кодом по методу Шеннона-Хаффмена. Вычислить энтропию сообщений и среднюю длину  $n_{cp}$  кодового слова. Сравнить с минимально возможной длиной  $n_{cp.min}$ .

**Решение.** Предварительно определим единицы измерения количества энтропии и информации как  $nit \ln(e)$  и  $bit \ nit. \ln(2)$ .

Составим матрицу, в которой вероятности выписываются в первый (основной) столбец в порядке их убывания, т.е.

$P_0 := \text{reverse}(\text{sort}(P_x^T))$ ;

$P_0^T = (0,2 \ 0,15 \ 0,15 \ 0,12 \ 0,1 \ 0,1 \ 0,08 \ 0,06 \ 0,04)$ .

Две последних вероятности  $P_1$  объединяются в одну вспомогательную вероятность  $Ps_1$ :

$$P_1 := \begin{pmatrix} P_{0_{N-1}} \\ P_{0_N} \end{pmatrix}; P_1 = \begin{pmatrix} 0,06 \\ 0,04 \end{pmatrix}; Ps_1 := \sum P_1; Ps_1 = 0,1.$$

$P_{x_1}(0,20 \ 0,15 \ 0,15 \ 0,12 \ 0,10 \ 0,10 \ 0,08 \ 0,10)$  снова располагаются в порядке их убывания в дополнительном столбце  $Pd_1 := \text{reverse}(\text{sort}(P_{x_1}^T))$ ;

$Pd_1^T = (0,2 \ 0,15 \ 0,15 \ 0,12 \ 0,1 \ 0,1 \ 0,1 \ 0,08 \ 0)$ .

Две последних вероятности  $P_2$  объединяются в одну вспомогательную вероятность  $Ps_2$ :

$$P_2 := \begin{pmatrix} P_{d_{1N-2}} \\ P_{d_{1N-1}} \end{pmatrix}; P_2 = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,08 \end{pmatrix}; Ps_2 := \sum P_2; Ps_2 = 0,18.$$

Вероятности  $P_{x_2}(0,20 \ 0,15 \ 0,15 \ 0,12 \ 0,10 \ 0,10 \ 0,18 \ 0 \ 0)$  снова располагаются в порядке их убывания в дополнительном столбце  $Pd_2 := \text{reverse}(\text{sort}(P_{x_2}^T))$ ;

$Pd_2(0,2 \ 0,18 \ 0,15 \ 0,15 \ 0,12 \ 0,1 \ 0,1 \ 0 \ 0)$ .

Две последних вероятности  $P_3$  объединяются в одну вспомогательную вероятность  $Ps_3$ :

$$P_3 := \begin{pmatrix} P_{d_{2N-3}} \\ P_{d_{2N-2}} \end{pmatrix}; P_3 = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,1 \end{pmatrix}; Ps_3 := \sum P_3; Ps_3 = 0,2.$$

Вероятности  $P_{x_3}(0,20 \ 0,18 \ 0,15 \ 0,15 \ 0,12 \ 0,20 \ 0 \ 0 \ 0)$  снова располагаются в порядке их убывания в дополнительном столбце  $Pd_3 := \text{reverse}(\text{sort}(P_{x_3}^T))$ ;

$Pd_3(0,2 \ 0,2 \ 0,18 \ 0,15 \ 0,15 \ 0,12 \ 0 \ 0 \ 0)$ .

Две последних вероятности  $P_4$  объединяются в одну вспомогательную вероятность  $Ps_4$ :

$$P_4 := \begin{pmatrix} P_{d_{3N-4}} \\ P_{d_{3N-3}} \end{pmatrix}; P_4 = \begin{pmatrix} 0,15 \\ 0,12 \end{pmatrix}; Ps_4 := \sum P_4; Ps_4 = 0,27.$$

Вероятности  $P_{x_4}(0,20 \ 0,20 \ 0,18 \ 0,15 \ 0,27 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$  снова располагаются в порядке их убывания в дополнительном столбце  $Pd_4 := \text{reverse}(\text{sort}(P_{x_4}^T))$ ;

$Pd_4(0,27 \ 0,2 \ 0,2 \ 0,18 \ 0,15 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$ .

Две последних вероятности  $P_5$  объединяются в одну вспомогательную вероятность  $Ps_5$ :

$$P_5 := \begin{pmatrix} P_{d_{4N-5}} \\ P_{d_{4N-4}} \end{pmatrix}; P_5 = \begin{pmatrix} 0,18 \\ 0,15 \end{pmatrix}; Ps_5 := \sum P_5; Ps_5 = 0,33.$$



Вероятности  $P_{x5}(0,27 \ 0,2 \ 0,2 \ 0,33 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$  снова располагаются в порядке их убывания в дополнительном столбце  $P_{d5} := \text{reverse}(\text{sort}(P_{x5}^T))$ ;

$P_{d5}(0,33 \ 0,27 \ 0,2 \ 0,2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$ .

Две последних вероятности  $P_6$  объединяются в одну вспомогательную вероятность  $P_{s6}$ :

$$P_6 := \begin{pmatrix} P_{d5_{N-6}} \\ P_{d5_{N-5}} \end{pmatrix}; P_6 = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,2 \end{pmatrix}; P_{s6} := \sum P_6; P_{s6} = 0,4.$$

Вероятности  $P_{x6}(0,33 \ 0,27 \ 0,4 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$  снова располагаются в порядке их убывания в дополнительном столбце  $P_{d6} := \text{reverse}(\text{sort}(P_{x6}^T))$ ;

$P_{d6}(0,4 \ 0,33 \ 0,27 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$ .

Две последних вероятности  $P_7$  объединяются в одну вспомогательную вероятность  $P_{s7}$ :

$$P_7 := \begin{pmatrix} P_{d6_{N-7}} \\ P_{d6_{N-6}} \end{pmatrix}; P_7 = \begin{pmatrix} 0,33 \\ 0,27 \end{pmatrix}; P_{s7} := \sum P_7; P_{s7} = 0,6.$$

Вероятности  $P_{x7}(0,4 \ 0,6 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$  снова располагаются в порядке их убывания в дополнительном столбце  $P_{d7} := \text{reverse}(\text{sort}(P_{x7}^T))$ ;

$P_{d7}(0,6 \ 0,4 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$ .

Две последних вероятности  $P_8$  объединяются в одну вспомогательную вероятность  $P_{s8}$ :

$$P_8 := \begin{pmatrix} P_{d7_{N-8}} \\ P_{d7_{N-7}} \end{pmatrix}; P_8 = \begin{pmatrix} 0,6 \\ 0,4 \end{pmatrix}; P_{s8} := \sum P_8; P_{s8} = 1.$$

Вероятности  $P_x(0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$  снова располагаются в порядке их убывания в дополнительном столбце  $P_{d8} \text{ reverse sort } T P_x 8$ ;

$P_{d8}(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$

На этом при получении дополнительного столбца с вероятностью, равной единице, процесс заканчивается. Матрица  $M$ , на основе которой проводится кодирование, принимает вид:

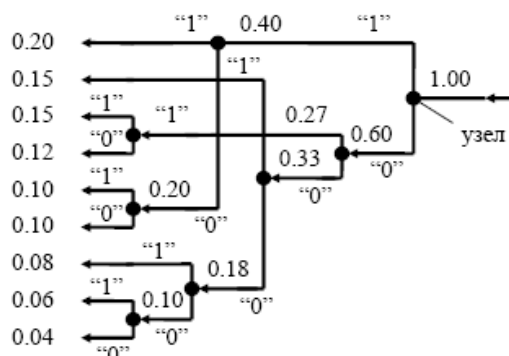
$M \ 1 \ \text{augment}(\text{augment}(P_0, P_{d1}), \text{augment}(P_{d2}, P_{d3}))$ ;

$M \ 2 \ \text{augment}(\text{augment}(P_{d4}, P_{d5}), \text{augment}(P_{d6}, \text{augment}(P_{d7}, P_{d8})))$ ;

$M \ \text{augment } M \ 1, M \ 2$ ;

$$M = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,2 & 0,2 & 0,2 & 0,27 & 0,33 & 0,4 & 0,6 & 1 \\ 0,15 & 0,15 & 0,18 & 0,2 & 0,2 & 0,27 & 0,33 & 0,4 & 0 \\ 0,15 & 0,15 & 0,15 & 0,18 & 0,2 & 0,2 & 0,27 & 0 & 0 \\ 0,12 & 0,12 & 0,15 & 0,15 & 0,18 & 0,2 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,1 & 0,12 & 0,15 & 0,15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,08 & 0,1 & 0,1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,06 & 0,06 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,04 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

На основании данной таблицы строим кодовое дерево (рис.), ветки которого соответствуют вероятностям, согласно матрице  $M$ .



Каждой ветке дерева присваивается символ "1" при выходе из узла вверх и символ "0" при выходе из узла вниз. Движение по кодовому дереву из вершины с  $P=1.00$  к сообщениям, определяемым соответствующими вероятностями, дает двоичные кодовые комбинации эффективного кода, приведенные в табл.

Сообщения	Вероятность	Двоичный код
$x_1$	0,04	00000
$x_2$	0,06	00001
$x_3$	0,08	0001
$x_4$	0,10	100
$x_5$	0,10	101
$x_6$	0,12	010
$x_7$	0,15	011
$x_8$	0,15	001
$x_9$	0,20	11

Согласно таблице кодирования, длину кодовых комбинаций можно описать вектор-строкой  $n(5 \ 5 \ 4 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 2)$ . Средняя длина кодового слова в битах  $n_{cp} := \sum_{i=1}^N \frac{n_i}{N} \ln(2)$ ;  $n_{cp} = 3,444bit$ .

Энтропия источника сообщений  $H_x := -\sum_{i=1}^N (Px^T)_i \ln[(Px^T)_i]$ ;  $H_x = 3,038bit$ .

Минимально возможная средняя длина кодового слова равна энтропии источника, т.е.  $n_{cp.min} := H_x$ ;  $n_{cp.min} := 3,038bit$ .

В случае равномерного двоичного кодирования девяти сообщений требуется четырехразрядное кодовое слово для каждого сообщения, так как  $2^3 < 9$ .

При таком кодировании максимальная средняя длина кодового слова  $n_{cp.max} = 4 bit$ .

Таким образом, проведенное кодирование более эффективно, чем равномерное. Однако оно не достигает максимально возможной эффективности, так как  $n_{cp.min} < n_{cp} < n_{cp.max}$ .

#### Раздел 4. Принятие решений.

*Лекция: №3, Объем лекций: 2 час*

На изучение материала данной темы отводится 2 часа лекционных занятий, 2 часа практических занятий и 25 часов самостоятельной работы.

*При самостоятельной проработке материалов темы 4 необходимо использовать:*

- учебное пособие 6.1.14;
- презентации № 4 лекционного курса.

*При изучении материалов темы 4 необходимо акцентировать внимание на следующих понятиях:*

1. Общая проблема решения.
2. Функция потерь.
3. Байесовский и минимаксный подходы.
4. Метод последовательного принятия решения.

*При выполнении практического задания по теме 4 необходимо подготовиться для проведения дискуссии в рамках круглого стола по следующим теме:*

1. Метод последовательного принятия решения.

#### Комплексное задание

1. Программно реализовать методы теории принятия решений.
2. Решить задачу теории принятия решения.

**Пример: Транспортная задача (ТЗ)** Решить задачу минимизация полной стоимости распределения (транспортировки) товаров со складов потребителям. Пусть необходимо организовать оптимальные по транспортным расходам перевозки продукции с двух складов к трем потребителям. Ежемесячные запасы продукции на складах равны 120 и 180 т, а ежемесячные потребности покупателей составляют 70, 140 и 90 т соответственно. Транспортные расходы по доставке продукции представлены в таблице.

Транспортные расходы по доставке 1 т продукции (тыс. руб.)

Склады	Потребители		
	В1	В2	В3
A1	8	5	6
A2	4	9	7

**Решение.** ТЗ представляет собой задачу линейного программирования, которую можно решать симплекс-методом или методом потенциалов. Мы воспользуемся простейшим способом решения – графическим методом, чтобы показать на этом примере, как можно использовать графический метод при решении любой задачи линейного программирования в случае двух неизвестных.

Обозначим через  $x_{ij}$  количество тонн, которое будет перевезено с  $i$ -го склада к  $j$ -му потребителю.

Проверим задачу на сбалансированность:

суммарное наличие на складах =  $120 + 180 = 300$  т;

суммарная потребность в продукции =  $70 + 140 + 90 = 300$  т.

Из этого следует, что данная ТЗ сбалансирована.

Сбалансированная транспортная матрица представлена в таблице.

Транспортная матрица задачи

Склады	Потребители			Запас, т
	В1	В2	В3	
A1	8	5	6	120
A2	4	9	7	180
Потребность, т	70	140	90	300

Целевая функция, то есть суммарные затраты на все возможные перевозки продукции, учитываемые в модели, задается следующим выражением:

$$C_{\Sigma} = 8x_{11} + 5x_{12} + 6x_{13} + 4x_{21} + 9x_{22} + 7x_{23} \rightarrow \min \text{ (тыс. руб./мес.)}$$

Зададим ограничения ТЗ:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 120 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 180 \\ x_{11} + x_{21} = 70 \\ x_{12} + x_{22} = 140 \\ x_{13} + x_{23} = 90 \\ x_{ij} \geq 0 \quad (\forall i = \overline{1,2}; \forall j = \overline{1,3}) \end{cases}$$

Положим, что  $x_{11} = u$ ,  $x_{12} = v$ . Тогда можно выразить все остальные неизвестные через переменные  $u$  и  $v$ :

$$x_{13} = 120 - u - v;$$

$$x_{21} = 70 - u;$$

$$x_{22} = 140 - v;$$

$$x_{23} = 90 - x_{13} = 90 - (120 - u - v) = u + v - 30.$$

Выразим через  $u$  и  $v$  целевую функцию:

$$F = 8u + 5v + 6(120 - u - v) + 4(70 - u) + 9(140 - v) + 7(u + v - 30).$$

$$F = 5u - 3v + 2050 \rightarrow \min.$$

Учитывая, что все  $x_{ij}$  неотрицательные, получим следующую систему неравенств:

$$\begin{cases} 120 - u - v \geq 0 \\ 70 - u \geq 0 \\ 140 - v \geq 0 \\ u + v - 30 \geq 0 \\ u \geq 0 \\ v \geq 0 \end{cases}$$

Для того чтобы найти в первой четверти плоскости  $O_{uv}$  множество точек, координаты которых удовлетворяют указанным выше неравенствам, необходимо сначала построить следующие прямые:

$$120 - u - v = 0,$$

$$70 - u = 0,$$

$$140 - v = 0,$$

$$u + v - 30 = 0.$$

Неравенства определяют на плоскости  $(v, u)$  пятиугольник с вершинами:  $(0, 30)$ ,  $(0, 70)$ ,  $(50, 70)$ ,  $(120, 0)$ ,  $(30, 0)$  (рис.). Линейная функция  $F = f(u, v)$  достигает наименьшего значения в одной из вершин этого пятиугольника.

$F = F_{\min} = 1690$  при  $u = 0$ ,  $v = 120$ . Следовательно, найден оптимальный план перевозок:

$$x_{11} = 0,$$

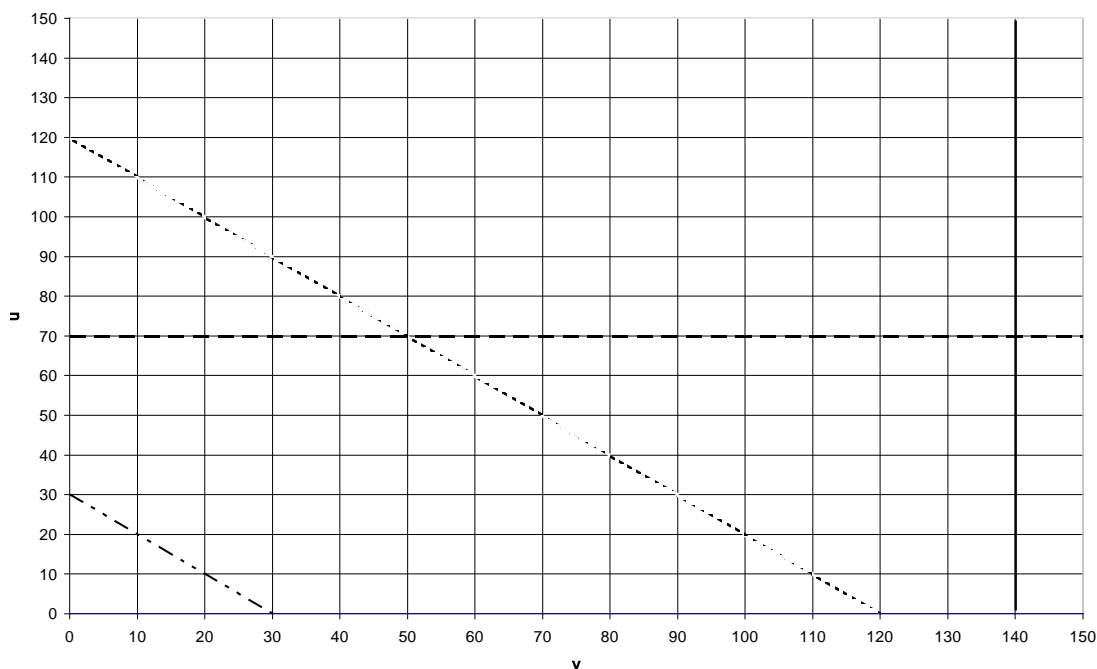
$$x_{12} = 120,$$

$$x_{13} = 0,$$

$$x_{21} = 70,$$

$$x_{22} = 20,$$

$$x_{23} = 90.$$



## Раздел 5. Исследование операций и задачи искусственного интеллекта.

**Лекция: №4, Объем лекций: 2 час**

На изучение материала данной темы отводится 2 часа лекционных занятий, 2 часа практических занятий и 30 часов самостоятельной работы.

При самостоятельной проработке материалов темы 5 необходимо использовать:

- учебное пособие 6.1.4-5, 6.1.12, 6.2.10;
- презентации № 5 лекционного курса.

При изучении материалов темы 5 необходимо акцентировать внимание на следующих понятиях:

1. Экспертизы и неформальные процедуры.
2. Автоматизация проектирования.
3. Искусственный интеллект.
4. Распознавание образов.

При выполнении практического задания по теме 5 необходимо подготовиться для проведения дискуссии в рамках круглого стола по следующим темам:

### 1. Распознавание образов.

и выполнить следующие задания:

Программно реализовать методы исследования операций.

Программно реализовать методы искусственного интеллекта.

**Пример.** Провести кластеризацию студентов с учетом показателей сданных нормативов осуществляется с помощью нейронной сети Кохонена.

**Решение:** Входными данными являются результаты сданных нормативов  $r_i$ , выходным значением – обобщенная оценка (балл), представляющая собой среднее значение оценок (баллов)  $B_{cp}$ , которое

рассчитывается как  $B_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n b_i$ .

Оценка (балл)  $b_i$  для полученного результата  $r_i$  по каждому упражнению определяется в соответствии с выражениями (1) и (2) и значениями контрольных тестов для мужчин (табл. 1):

$$b_i = \begin{cases} 1, & \text{если } r_i \geq O_5, \\ 2, & \text{если } O_4 \leq r_i < O_5, \\ 3, & \text{если } O_3 \leq r_i < O_4, \\ 4, & \text{если } O_2 \leq r_i < O_3, \\ 5, & \text{если } O_1 \leq r_i < O_2, \end{cases} \quad (1)$$

где  $O_i$  – норматив,  $i = 1, 2$ . Для  $i = 3, 4$  значение  $b_i$  определяется следующим образом:

$$b_i = \begin{cases} 1, & \text{если } r_i \geq O_1, \\ 2, & \text{если } O_2 \leq r_i < O_1, \\ 3, & \text{если } O_3 \leq r_i < O_2, \\ 4, & \text{если } O_4 \leq r_i < O_3, \\ 5, & \text{если } O_5 \leq r_i < O_4. \end{cases} \quad (2)$$

Таблица 1. Контрольные тесты оценки физической подготовленности студентов (мужчины) основного и спортивного учебных заведений

Упражнения	Оценка в баллах				
	1	2	3	4	5
Бег 100 м (сек)	13,2	13,6	14,0	14,3	14,6
Бег 3000 м (мин, сек)	12,0	12,35	13,1	13,5	14,3

Прыжки в длину с места (см)	250	240	230	223	215
Подтягивание на перекладине (количество раз)	15	12	9	7	5

Полученные обобщенные оценки для каждого студента будут являться выходными данными, что позволит провести кластеризацию. Фрагмент исходных данных для кластеризации представлен в таблице 2.

Таблица 2. Фрагмент исходных данных для кластеризации в группе «Пауэрлифтинг» (мужчины)

№	ФИО	Учебная группа	Бег 100 м (сек)	Бег 3000 м (мин сек)	Прыжок в длину с места (см)	Подтягивание на перекладине (количество раз)	Обобщенная оценка
1	ФИО1	ПИ-205	13,2	12,03	250	22	4,75
2	ФИО3	МРТ-201	12,9	12,25	252	16	4,5
3	ФИО4	ПИ-204	13,9	13,11	260	13	3,5
4	ФИО5	ИСТ-202	15,1	17,25	205	3	1,25
5	ФИО6	ПИ-204	14,8	18,18	205	10	0,75
n	ФИОn	ПИ-204	14,4	15,51	230	15	2,75

Решение задачи с помощью самообучающейся сети Кохонена базируется на том, что нейронная сеть, ориентируясь на структуру подаваемых входных векторов, относит объект к определенному классу.

При разработке сети Кохонена определяется число нейронов во входном и выходном слоях, скорость обучения и критерий останковки (табл. 3).

При подаче на вход признаков объекта нейроны в выходном слое конкурируют друг с другом за право быть «победителем», входящие веса  $\omega$  которого являются самыми близкими ко входному образу.

Для ячейки-победителя –  $j'$  выполняется соотношение:  $|\omega_j - x| \leq |\omega - x|$  для всех  $j$ .

Таблица 3. Параметры сети Кохонена

Наименование параметра	Значение
Количество слоев	2
Число нейронов во входном слое	По размерности вектора признаков объекта
Число нейронов в выходном слое	По числу классов
Скорость обучения	0,3
Критерий останковки	Ошибка меньше 0,05

Победитель имеет право на регулирование своего веса.

Алгоритм обучения сети Кохонена определяется следующими шагами.

Шаг 1. Инициирование веса, установка параметров функции соседства и скорости обучения.

Шаг 2. При не выполнении условия останковки – переход: шаги 3-9.

Шаг 3. Выполнение шагов 4-6 для каждого входного вектора  $x$ .

Шаг 4. Вычисление  $D(j) = \sum_i (\omega_{ij} - x_i)^2$  для каждого  $j$ , где  $\omega_{ij}$  – синаптические веса между нейронами  $i$  и  $j$ .

Шаг 5. Нахождение такого индекса  $j'$ , что  $D(j') = \min$ .

Шаг 6. Вычисление для всех ячеек  $j$  в пределах определенного соседства от  $j'$  и для всех  $i$  нахождение  $\omega_{ij}(new) = \omega_{ij}(old) + \eta \wedge (j, j') [x_i - \omega_{ij}(old)]$ , где  $\omega_{ij}(new)$  и  $\omega_{ij}(old)$  – новое и старое значения весов,  $\eta$  – скорость обучения,  $\eta \wedge (j, j')$  – функция соседства.

Шаг 7. Изменение скорости обучения.

Шаг 8. Уменьшение радиуса функции соседства.

Шаг 9. Проверка условия остановки: снижение скорости обучения до нуля.

Анализ полученных путем использования нейронной сети Кохонена результатов показывает, что студенты в соответствии со сданными нормативами отнесены к четырем кластерам (рис.).

Полученные результаты показывают, что студенты с наилучшими показателями попали в кластер 3, а наихудшими – в кластер 2.

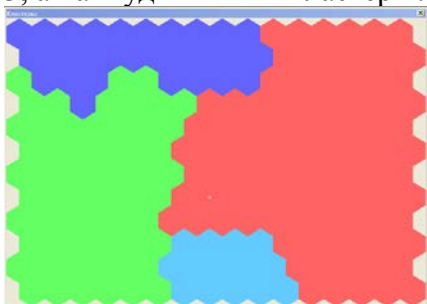


Рис. Карты Кохонена, кластеры

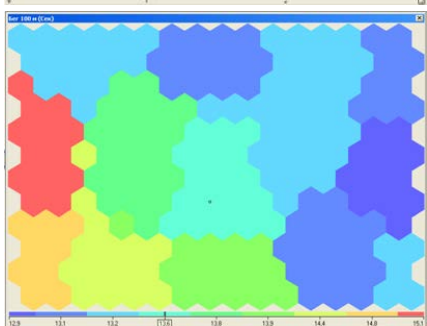


Рис. Карты Кохонена, бег 100 м

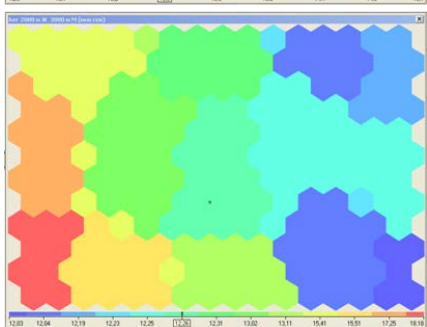


Рис. Карты Кохонена, бег 3000 м

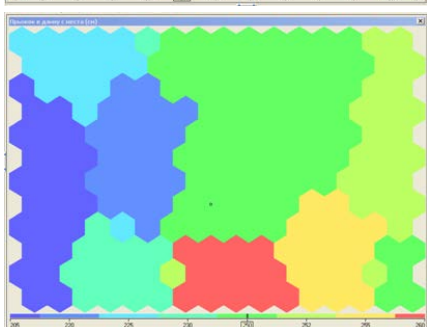


Рис. Карты Кохонена, прыжки в длину.

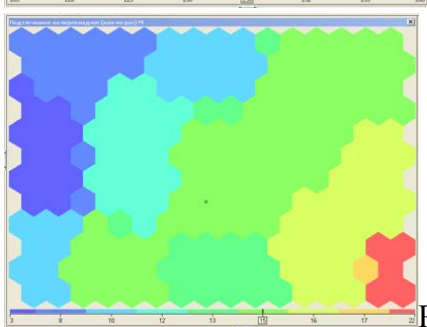


Рис. Карты Кохонена, подтягивание на перекладине

Полученные результаты кластеризации позволяют предложить студентам, вошедшим в один кластер, дополнительно к базовому свой комплекс упражнений с целью улучшить в дальнейшем

показатели при сдаче нормативов. Значения (минимальное – *min*, среднее - *med*, максимальное – *max*) показателей дают характеристику каждого кластера (табл. 4).

Таблица 4. Характеристики кластеров

Упражнения	Кластер			
	0	1	2	3
Бег 100 м (сек)	<i>min</i>	<i>med</i>	<i>max</i>	<i>min, med</i>
Бег 3000 м (мин, сек)	<i>med</i>	<i>med</i>	<i>med, max</i>	<i>min</i>
Прыжки в длину с места (см)	<i>med</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>max</i>
Подтягивание на перекладине (количество раз)	<i>med</i>	<i>med</i>	<i>min, med</i>	<i>max</i>

## Раздел 6. Численные методы. Вычислительный эксперимент.

**Лекция:** №5, **Объем лекций:** 2 час

На изучение материала данной темы отводится 2 часа лекционных занятий, 4 часа практических занятий и 30 часов самостоятельной работы.

При самостоятельной проработке материалов темы 6 необходимо использовать:

- учебное пособие 6.2.14;
- презентации № 6 лекционного курса.

При изучении материалов темы 6 необходимо акцентировать внимание на следующих понятиях:

1. Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей.
2. Численное дифференцирование и интегрирование.
3. Численные методы поиска экстремума.
4. Вычислительные методы линейной алгебры.
5. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений.
6. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных элементов.
7. Преобразования Фурье, Лапласа, Хаара и др.
8. Численные методы вейвлет-анализа.

При выполнении практического задания по теме 6 необходимо подготовиться для проведения дискуссии в рамках круглого стола по следующим темам:

1. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных элементов.
2. Преобразования Фурье, Лапласа, Хаара и др.
3. Численные методы вейвлет-анализа.

и выполнить следующие задания:

Проведение вычислительного эксперимента.

Использование численных методов при решении задач.

**Пример.** Оценить предельную абсолютную погрешность приближенного значения  $a_p=2,72$  числа  $e$ , если известно, что  $e=2,718281828\dots$

**Решение.** Понятно, что  $|a_p - e| \leq 0,01$ . Следовательно,  $\Delta_a = 0,01$ . Также справедливо неравенство  $|a_p - e| = |2,720 - 2,71828\dots| < 0,002$ . Получаем другое значение предельной абсолютной погрешности  $\Delta_a = 0,002$ . Ясно, что следует выбрать наименьшее из найденных значений предельной погрешности, так как это позволяет сузить диапазон  $\Delta = |a - a_p| \leq \Delta_a$ , в котором находится точное значение изучаемой величины.

Предельной относительной погрешностью  $\delta_a$  данного приближенного числа называется любое число, не меньшее относительной погрешности этого числа:  $\delta \leq \delta_a$  (1). Так как справедливо

неравенство  $\delta = \frac{\Delta}{|a|} \leq \frac{\Delta_a}{|a|}$ , то можно считать, что предельные абсолютная и относительная

погрешности связаны формулой  $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|}$  или  $\Delta_a = |a| \delta_a$ .



**Пример.** Привести систему 
$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 4, \\ -2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 8, (1) \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 12. \end{cases}$$
 к виду, удобному для применения итераций.

**Решение.** Матрица данной системы не является матрицей с диагональным преобладанием. Однако

матрица ее коэффициентов  $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -2 & 5 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$  симметрическая и положительно определенная,

поскольку  $2 > 0$ ,  $\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} > 0$ ,  $|A| > 0$ .

Характеристическими числами матрицы  $A$  являются числа  $\lambda_1 = 7, \lambda_2 = \lambda_3 = 1$ . Поэтому по

формуле  $\tau = \frac{2}{\lambda_1 + \lambda_2}$ , найдем  $\tau = \frac{2}{7+1} = \frac{1}{4}$  и составим равносильную (1) СЛАН  $\vec{x} = (E - \tau A)\vec{x} + \tau \vec{b}$

(2) где  $E$  – единичная матрица 3-го порядка, т.е. систему

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{4}x_3 + 1, \\ x_2 = \frac{1}{2}x_1 - \frac{1}{4}x_2 - \frac{1}{2}x_3 + 2, (3) \\ x_3 = \frac{1}{4}x_1 - \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 + 3. \end{cases}$$

В силу  $\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$  норма матрицы будет равна  $\frac{7-1}{7+1} = \frac{3}{4} < 1$ .

Поэтому процесс итераций, примененный к системе (3), будет сходящимся:

$$x^{(\bar{k}+1)} = \left( E - \frac{1}{4}A \right) x^{(\bar{k})} + \frac{1}{4}\vec{b} \quad (4),$$

где  $k=0, 1, 2, \dots$ , а в качестве  $x^{(\bar{0})}$  может быть взят столбец свободных членов системы (3), т.е.

$$x^{(\bar{0})} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}. \text{ Выпишем несколько значений: } x^{(\bar{1})} = \begin{pmatrix} 3,25 \\ 0,5 \\ 3,75 \end{pmatrix}; x^{(\bar{2})} = \begin{pmatrix} 3,813 \\ 1,625 \\ 5,438 \end{pmatrix}; \dots; x^{(\bar{27})} = \begin{pmatrix} 7,426 \\ 1,142 \\ 8,569 \end{pmatrix};$$

$$x^{(\bar{28})} = \begin{pmatrix} 7,427 \\ 1,143 \\ 8,57 \end{pmatrix}; x^{(\bar{29})} = \begin{pmatrix} 7,427 \\ 1,143 \\ 8,57 \end{pmatrix}. \text{ Таким образом, } x \approx x^{(\bar{28})} = \begin{pmatrix} 7,427 \\ 1,143 \\ 8,57 \end{pmatrix}.$$

Точное решение системы:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 52/7 \\ 8/7 \\ 60/7 \end{pmatrix}.$$

2. Пусть теперь невырожденная матрица  $A$  системы  $A\vec{x} = \vec{b}$  (5) произвольная, а сама система не удовлетворяет соотношению  $\sum |a_{i,j}| \leq q|a_{i,i}|, q < 1$ .

В этом случае сначала от системы (5) переходят к равносильной ей системе  $A^T A \vec{x} = A^T \vec{b}$  (6). В системе (6) матрица  $A^T A$  уже будет симметрической и положительно определенной. Поэтому к системе (6) применим случай 1 при подготовке ее к виду, удобному для решения методом итераций. Он заключается в переходе от системы (6) к системе (2).

## **Раздел 7. Алгоритмические языки.**

*Лекция: №6, Объем лекций: 2 час*

На изучение материала данной темы отводится 2 часа лекционных занятий, 2 часа практических занятий и 21 час самостоятельной работы.

*При самостоятельной проработке материалов темы 7 необходимо использовать:*

- учебное пособие 6.2-5, 6.3.3;
- презентации № 7 лекционного курса.

*При изучении материалов темы 7 необходимо акцентировать внимание на следующих понятиях:*

1. Представление о языках программирования высокого уровня.
2. Пакеты прикладных программ.

*При выполнении практического задания по теме 7 необходимо выполнить следующие задания:*  
Программно реализовать разработанные в рамках исследования алгоритмы.

## **Раздел 8. Основные принципы математического моделирования. Методы исследования математических моделей.**

*Лекция: №7, Объем лекций: 1 час*

На изучение материала данной темы отводится 1 часа лекционных занятий, 2 часа практических занятий и 21 час самостоятельной работы.

*При самостоятельной проработке материалов темы 8 необходимо использовать:*

- учебное пособие 6.1.7-10, 6.2.6-8;
- презентации № 8 лекционного курса.

*При изучении материалов темы 8 необходимо акцентировать внимание на следующих понятиях:*

1. Элементарные математические модели в механике, гидродинамике, электродинамике.
2. Универсальность математических моделей.
3. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы.
4. Вариационные принципы построения математических моделей.
5. Устойчивость.
6. Проверка адекватности математических моделей.
7. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы.
8. Вариационные принципы построения математических моделей

*При выполнении практического задания по теме 8 необходимо подготовиться для проведения дискуссии в рамках круглого стола по следующим темам:*

1. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы.
2. Вариационные принципы построения математических моделей.

## **Раздел 9. Математические модели в научных исследованиях.**

*Лекция: №8, Объем лекций: 1 час*

На изучение материала данной темы отводится 1 часа лекционных занятий, 2 часа практических занятий и 20 час самостоятельной работы.

При самостоятельной проработке материалов темы 8 необходимо использовать:

- учебное пособие 6.1.7-10, 6.2.6-8;
- презентации № 9 лекционного курса.

При изучении материалов темы 9 необходимо акцентировать внимание на следующих понятиях:

1. Модели динамических систем. Особые точки.
2. Бифуркации.
3. Динамический хаос.
4. Эргодичность и перемешивание.
5. Понятие о самоорганизации.
6. Диссипативные структуры.
7. Режимы с обострением.

При выполнении практического задания по теме 9 необходимо выполнить следующие задания:

Программно реализовать разработанные в рамках исследования математические модели и методы решения задач в рамках научных исследований.

### Пример:

Методом пограничного слоя построить главные члены асимптотики решения задачи ( $\varepsilon \ll 1$ )

$$5\varepsilon^2 \frac{d^2 u}{dx^2} + \varepsilon \frac{du}{dx} - 4u = 0; \quad u(0) = 1; \quad u(2) = 1; \quad \varepsilon \ll 1.$$

### Решение

*Первый итерационный процесс.* Решение задачи ищется в виде ряда Тейлора по степеням малого параметра  $\varepsilon$ .

$$u(x, \varepsilon) = u_0(x) + \varepsilon u_1(x) + \varepsilon^2 u_2(x) + \dots$$

Подставим разложение в уравнение. Группируя члены при одинаковых степенях  $\varepsilon$  и приравнивая нулю коэффициенты при соответствующих степенях, получим уравнения

$$\varepsilon^0) \quad -4u_0 = 0;$$

$$\varepsilon^1) \quad -4u_1 = -\frac{du_0}{dx};$$

$$\varepsilon^2) \quad -4u_2 = -\frac{du_1}{dx} - 5\frac{d^2 u_0}{dx^2};$$

из которых  $u_0 = u_1 = u_2 = 0$ ;

Разыскивая решение задачи в виде ряда, удастся удовлетворить уравнение с любой степенью точности. Если бы оказались удовлетворены оба граничных условия, то ряд являлся бы решением задачи.

Так как оба граничных условия не выполнены, то необходимо ввести погранслойные поправки к решению вблизи обоих концов отрезка (точек  $x=0$  и  $x=2$ ).

*Второй итерационный процесс.* Построим вначале пограничный слой вначале вблизи левого конца отрезка. Решение задачи разыскивается в виде ряда  $u(x, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i v_i(x; \varepsilon)$ .

где  $v_k$  ( $k=0, 1, 2, \dots$ ) - функции второго итерационного процесса (функции пограничного слоя), подлежащие определению. Ряд выписан с учетом того факта, что функции первого итерационного процесса равны нулю.

Выполним растяжение пограничного слоя, то есть, сделав замену переменных

$$x = \varepsilon t; \quad x \in [0, 1]; \quad t \in [0, \infty)$$

перейдем от производных по переменной  $x$  к производным по переменной  $t$ , используя формулы

$$\frac{d}{dx} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{d}{dt}; \quad \frac{d^2}{dx^2} = \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{d^2}{dt^2}$$

и приравняем слагаемые при одинаковых степенях  $\varepsilon$ . В результате получим уравнения пограничного слоя

$$\varepsilon^0) \quad 5 \frac{d^2 v_0}{dt^2} + \frac{dv_0}{dt} - 4v_0 = 0$$

$$\varepsilon^1) \quad 5 \frac{d^2 v_1}{dt^2} + \frac{dv_1}{dt} - 4v_1 = 0;$$

...

$$\varepsilon^i) \quad 5 \frac{d^2 v_i}{dt^2} + \frac{dv_i}{dt} - 4v_i = 0;$$

Для вывода граничных условий при  $t=0$  подставим ряд в первое из условий, невязку в выполнении которого необходимо ликвидировать, и приравняем слагаемые при одинаковых степенях  $\varepsilon$

$$\varepsilon^0) \quad v_0|_{t=0} = 1;$$

...

$$\varepsilon^i) \quad v_i|_{t=0} = 0;$$

Условия при  $t \rightarrow \infty$  для функций пограничного слоя получаем из требования убывания функций пограничного слоя внутри отрезка  $[0,2]$ . Следовательно, отличны от нуля только погранслойные поправки к решению в главном приближении. В последующих приближениях получены однородные уравнения с однородными граничными условиями, поэтому все погранслойные поправки во всех приближениях, кроме главного приближения, тождественно равны нулю.

В главном приближении имеем задачу

$$5 \frac{d^2 v_0}{dt^2} + \frac{dv_0}{dt} - 4v_0 = 0 \quad v_0|_{t=0} = 1; \quad v_0|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0$$

Для нахождения общего решения задачи выпишем характеристическое уравнение

$$5\lambda^2 + \lambda - 4 = 0$$

Отсюда,

$$\lambda_1 = (-1+9)/10 = 0.8; \quad \lambda_2 = (-1-9)/10 = -1;$$

Следовательно,  $v_0(t) = D_1 e^{0.8t} + D_2 e^{-t}$

В силу граничных условий  $v_0(t) = e^{-x/\varepsilon}$

Теперь построим функции пограничного слоя вблизи второго конца отрезка (точки  $x=2$ ). Решение

задачи разыскивается в виде ряда  $u(x, \varepsilon) = v_0(x; \varepsilon) + \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i w_i(x; \varepsilon)$

где  $v_0, w_k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) – функции второго итерационного процесса (функции пограничного слоя соответственно вблизи левого и правого концов отрезка).

Выполним растяжение пограничного слоя вблизи правого конца отрезка по формуле  $2-x = \varepsilon t; \quad x \in [0,2]; \quad t \in [0, \infty)$ .

Уравнения пограничного слоя вблизи правого конца отрезка примут вид:

$$\varepsilon^0) \quad 5 \frac{d^2 w_0}{dt^2} - \frac{dw_0}{dt} - 4w_0 = 0,$$

...

$$\varepsilon^i) \quad 5 \frac{d^2 w_i}{dt^2} - \frac{dw_i}{dt} - 4w_i = 0,$$

которые решаются с условиями:

$$\varepsilon^0) \quad w_0|_{t=0} = 1; \quad w_0|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0;$$

...

$$\varepsilon^i) \quad w_i|_{t=0} = 0; \quad w_i|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0;$$

Следовательно, отличны от нуля погранслойные поправки к решению только в главном приближении. Они определяются из решения задачи  $5 \frac{d^2 v_0}{dt^2} - \frac{dv_0}{dt} - 4v_0 = 0$ .

Для нахождения общего решения задачи выпишем характеристическое уравнение  $5\lambda^2 - \lambda - 4 = 0$ . Отсюда,

$$\lambda_1 = (1+9)/10 = 1; \lambda_2 = (1-9)/10 = -0.8; v_0(t) = D_1 e^{-0.8t} + D_2 e^t.$$

В силу граничных условий  $v_0(t) = e^{-0.8(2-x)/\varepsilon}$ .

Общее решение задачи  $u(x, \varepsilon) = e^{-0.8(2-x)/\varepsilon} + e^{-x/\varepsilon}$ .

### **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

- лекционные аудитории с современными средствами демонстрации 6-415, 6-416, 6-213.
- кафедральные лаборатории, обеспечивающих реализацию ОПОП ВО: 6-218 Учебно-научная лаборатория «Технологии искусственного интеллекта в социально-экономических исследованиях», 6-417 Лаборатория информатики и программирования, 6-417а Учебно-научная лаборатория «Интеллектуальных технологий проектирования сложных систем».

### **10. Адаптация рабочей программы для лиц с ОВЗ**

При инклюзивном обучении лиц с ОЗВ предоставляется возможность использовать следующие материально-технические средства:

- для студентов с ОВЗ по зрению предусматривается применение средств преобразования визуальной информации в аудио и тактильные сигналы, таких как, брайлевская компьютерная техника, электронные лупы, видеоувеличители, программы невидимого доступа к информации, программы-синтезаторов речи;

- для студентов с ОВЗ по слуху предусматривается применение сурдотехнических средств, таких как, системы беспроводной передачи звука, техники для усиления звука, видеотехника, мультимедийная техника и другие средства передачи информации в доступных формах;

- для студентов с нарушениями опорно-двигательной функции предусматривается применение специальной компьютерной техники с соответствующим программным обеспечением, в том числе, специальные возможности операционных систем, таких, как экранная клавиатура и альтернативные устройства ввода информации.

ЛИСТ

согласования рабочей программы

Направление подготовки: **09.06.01 Информатика и вычислительная техника**  
код и наименование

Направленность подготовки (программа): **Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**  
наименование

Дисциплина: Модуль: **Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ**

Учебный год 2014/2015

РЕКОМЕНДОВАНА заседанием кафедры Вычислительной математики и кибернетики  
наименование кафедры

протокол № 15 от "25" 06 20 15 г.  
Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Н. И. Юсупова  
подпись расшифровка подписи

Исполнители: проф. \_\_\_\_\_ О.Н. Сметанина  
должность подпись расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой<sup>1</sup>  
Вычислительной математики  
и кибернетики \_\_\_\_\_ Н. И. Юсупова 25.06.15  
наименование кафедры личная подпись расшифровка подписи дата

Председатель НМС по УГСН 09.06.01  
протокол № 3 от "25" август 20 15 г. Информатика и вычисл. техника  
\_\_\_\_\_ Фигур А.И.  
личная подпись расшифровка подписи

Библиотека \_\_\_\_\_ С.Р. Мухоморова 27.08.15  
личная подпись расшифровка подписи дата

Начальник отдела аспирантуры \_\_\_\_\_ Рахмова Р.К. 29.08.15  
личная подпись расшифровка подписи дата

Рабочая программа зарегистрирована в ООПМА и внесена в электронную базу данных

Начальник ООПМА \_\_\_\_\_ Лашина Ч.Д. 31.08.15  
личная подпись расшифровка подписи дата

<sup>1</sup> Согласование осуществляется с выпускающими кафедрами (для рабочих программ, подготовленных на кафедрах, обеспечивающих подготовку для других направлений и специальностей)