На правах рукописи

Латипова Алина Таиховна

# Применение математического моделирования и информационных технологий к проблеме оптимизации бюджета продаж при ценовой диверсификации

Специальность 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Уфа – 2008

Работа выполнена на кафедре «Экономико-математические методы и статистика» в Южно-Уральском государственном университете.


Научный руководитель – заслуженный работник высшей школы, доктор физико-математических наук, профессор Панюков Анатолий Васильевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Бронштейн Ефим Михайлович,

доктор физико-математических наук, профессор Телегин Александр Иванович.

Ведущая организация – Институт математики и механики УрО РАН (г. Екатеринбург)


Защита диссертации состоится _*10 октября*__2008 г., в __*10*__ часов, на заседании диссертационного совета Д-212.288.06 при Уфимском государственном авиационном техническом университете по адресу: 450000, Уфа-центр, ул. К. Маркса, 12, УГАТУ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке университета, автореферат размещен на официальном сайте диссертационного совета.

Автореферат разослан _*02 сентября 2008 г.*

Ученый секретарь диссертационного совета, д.ф.-м.н., профессор Булгакова Г.Т.

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** Математическое моделирование позволяет наиболее последовательно и глубоко анализировать сложные системы, в том числе и экономики. Моделирование экономики стало возможным благодаря развитию математического анализа, исследования операций, теории вероятностей и математической статистики. Оно позволяет определить и зафиксировать цели и типы решений, обеспечивает структуру для целостного, логического анализа; дает возможность автоматизировать процесс принятия решений. Количественные модели позволяют более целостно и подробно оценивать и интерпретировать результаты исследования по сравнению с другими моделями. Поэтому экономико-математическое моделирование является неотъемлемой частью любого исследования в области экономики. Ввиду сложности экономики для ее модельного описания применяются различные подходы, каждый из которых реализуется множеством моделей.

Одной из актуальных задач экономико-математического моделирования является задача бюджетирования. Качество бюджетирования зависит прежде всего от эффективности бюджета продаж. В стандартной методике бюджетирования данные об объемах продаж принимаются как заданные. Кроме того, не учитывается возможность применения нескольких ценовых стратегий, в то время как практика показывает, что одним из инструментов повышения эффективности продаж является ценовая диверсификация.

Анализ отечественной и зарубежной литературы показал, что для решения таких проблем в основном рассматривается имитационное моделирование. Применение имитационных моделей в таких условиях применять нецелесообразно в виду наличия большого числа альтернатив. Исходя из этого, задача оптимизации бюджета продаж состоит в выработке эффективной структуры интенсивностей применения ценовых стратегий с учетом данных о спросе, переменных и постоянных издержек. Для решения подобных экономических задач широко применяется балансовый подход, при котором доходы от продаж соизмеряются с расходами и прибылью. Однако балансовые модели зачастую не учитывают ценовую диверсификацию и интервальную неопределенность входных данных. Другим важным вопросом, который зачастую недостаточно проработан в некоторых работах, является анализ устойчивости математической модели. Также большой интерес представляет вопрос о наличии внутренней нормы рентабельности у проекта бюджетирования.

Изложенное выше, наряду с необходимостью построения математических моделей, определяет актуальность разработки программного обеспечения, имеющего механизм импорта входных данных из корпоративной системы и экспорта в нее информации об оптимальном бюджете продаж в формате таблиц MS Excel и xml-файлов.

**Цель и основные задачи диссертационной работы.** Целью работы является разработка методов моделирования и оптимизации бюджета продаж, а также создание программного обеспечения оптимизации бюджетирования. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Построить математическую модель для решения проблемы оптимизации бюджета продаж с учетом ценовой диверсификации. Разработать методы исследования полученной модели на продуктивность и устойчивость при точечном и интервальном характере входных данных.
2. Построить и обосновать эффективные численные методы определения оптимального бюджета продаж с использованием построенной модели.
3. Разработать проблемно-ориентированный комплекс программ, реализующий данные численные методы. Провести вычислительный эксперимент и внедрить программное обеспечение на предприятии.

**Методы исследования.** В работе применяются методы математического анализа, математической экономики, математического программирования и программирования на ЭВМ. Эффективность предложенных численных методов подтверждена тестовыми исследованиями.

**На защиту выносятся**

1. Математическая модель бюджета продаж с применением ценовой диверсификации.
2. Численные методы нахождения параметров равновесия модели Неймана общего вида (теоремы 1, 2 и 3).
3. Методы определения граничных значений параметров равновесия при интервальной неопределенности (теоремы 4 и 5).
4. Инструментальный комплекс программ для формирования бюджета продаж с применением ценовой диверсификации.
5. Результаты формирования бюджета продаж на Челябинском филиал ЗАО «Пронто-Уфа».

**Научная новизна** работы заключается в следующем:

1. Новизна построенной математической модели формирования бюджета продаж заключается в том, что наряду с балансовым подходом впервые применена ценовая диверсификация.
2. Новизна методов нахождения параметров равновесия модели Неймана состоит в применении подходов теории антагонистических игр.
3. Впервые предложены методы нахождения граничных значений параметров равновесия модели Неймана при интервальном задании исходных данных.

**Обоснованность и достоверность** результатов, полученных в диссертационной работе, подтверждаются корректным использованием математического аппарата, теоретических и экспериментальных методов обоснования полученных результатов, результатами внедрения. Положения теории основываются на известных достижениях математической экономики, теории антагонистических игр, методов объектно-ориентированного программирования и проектирования.

**Связь работы с государственными и международными программами.** Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования РФ и правительства Челябинской области (грант для аспирантов номер 035.06.06-04.БМ 2004 года и грант для студентов 2002 года по секции «Естественные науки»).

**Практическая значимость.** Практическая значимость состоит в повышении качества разрабатываемых бюджетов продаж. Предложенные в работе численные методы могут быть использованы для анализа параметров равновесия фоннеймановских моделей общего вида. Разработанный комплекс программ (свидетельство РосПатента о регистрации № 2007613463) внедрен в Челябинском филиале ЗАО «Пронто-Уфа» и в учебный процесс в Южно-Уральском государственном университете на специальностях «Экономика и управление на предприятии», «Прикладная информатика», «Математические методы в экономике» и «Статистика». Научные результаты исследования и разработанное программное обеспечение могут быть использованы при разработке проектов бюджетов как государственных, так и коммерческих предприятий, в частности предприятий сотовой связи, рекламных агентств, при организации Интернет-подписки, при страховании и т.д.

**Апробация работы.** Основные результаты и положения работы докладывались и обсуждались на следующих научных мероприятиях:

- семинар «Проблемы исследования операций» в Уфимском государственном авиационном техническом университете, 2008 г.

- семинар отдела математического программирования ИММ УрО РАН, Екатеринбург, 2008 г.
- 38-я Региональная молодежная конференция ИММ УрО РАН «Проблемы теоретической и прикладной математики», Екатеринбург, январь-февраль 2007 г.
- 37-я Региональная молодежная конференция ИММ УрО РАН «Проблемы теоретической и прикладной математики», Екатеринбург, январь-февраль 2006 г.
- Всероссийская конференция «Экономика и менеджмент: проблемы и перспективы», Санкт-Петербург, июнь 2005 г.
- 36-я Региональная молодежная конференция ИММ УрО РАН «Проблемы теоретической и прикладной математики», Екатеринбург, январь-февраль 2005 г.
- Международная конференция «Стратегия развития минерально-сырьевого комплекса в XXI веке», Москва, октябрь 2004 г.
- Международная конференция «Диалог-симпозиум: наука и инновации», Томск, октябрь 2004 г.
- Всероссийская конференция с международным участием ИММ СО РАН «Дискретный анализ и исследование операций», Новосибирск, июнь 2004 г.
- 35-я Региональная молодежная конференция ИММ УрО РАН «Проблемы теоретической и прикладной математики», Екатеринбург, январь 2004 г.
- ежегодных научно-практических конференциях ЮУрГУ.

Доклады на Международной конференции «Диалог-симпозиум: наука и инновации», Томск, октябрь 2004 г. и на Всероссийской конференции «Экономика и менеджмент: проблемы и перспективы», Санкт-Петербург, июнь 2005 г. отмечены дипломами.

**Публикации**. По теме диссертации опубликовано 11 работ. В их числе зарегистрированных программ для ЭВМ – 1; статей в журналах, рекомендованных ВАК – 2; статей в сборниках научных трудов – 7, тезисов докладов – 1.

**Структура работы.** Диссертация состоит из Введения, шести глав, Заключения, списка литературы (70 наименований) и шести приложений, содержащих фрагменты листинга разработанного программного обеспечения, копии патента и лицензии на внедренные результаты работы, копии дипломов лауреата конференций. Диссертация содержит 142 страницы, 18 рисунков и 1 таблицу.

## Основное содержание работы

**Во Введении** обоснована актуальность исследуемой проблемы, сформулирована цель работы, кратко охарактеризована научная новизна и практическая значимость полученных результатов, их апробация, отмечена связь проблемы с планами научных исследований, приведены сведения о расположении материала по разделам работы.

**Первая глава** посвящена описанию проблемы бюджетирования и ее математической модели.

Процесс построения бюджетов можно представить в виде логической схемы, приведенной на рисунке 1.

Очевидно, что ключевым бюджетом, на основе которого рассчитываются все остальные бюджеты, является бюджет продаж. Бюджет продаж представляет собой данные об объеме продаж определенного продукта при заданной цене, которые являются входными параметрами при бюджетировании.

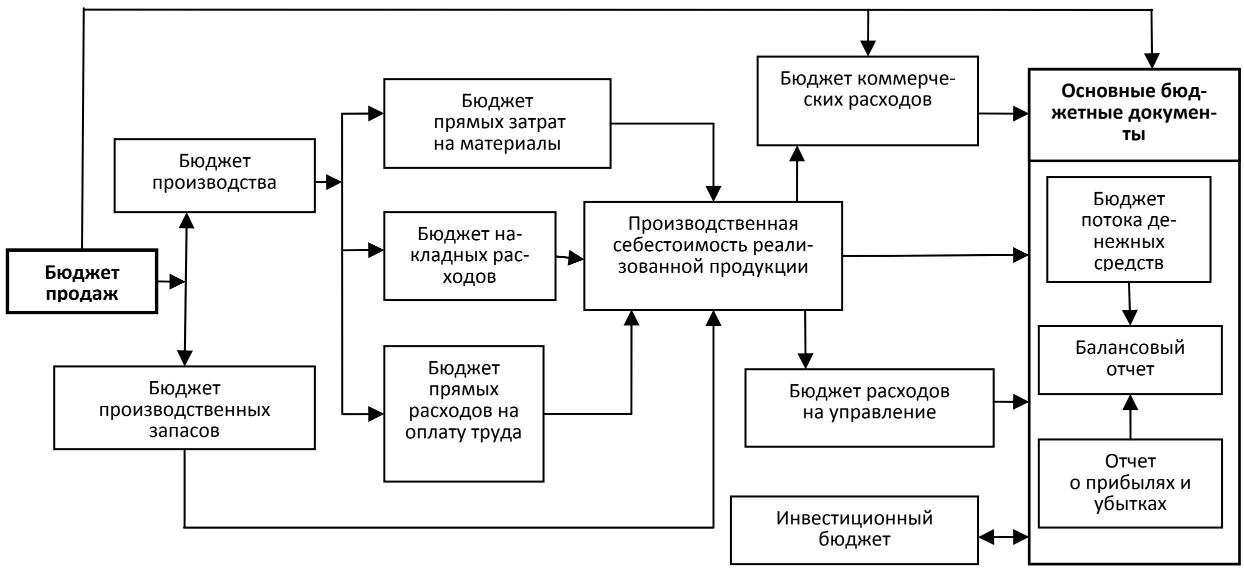


Рисунок 1. Логическая схема построения бюджетов

Как правило, бюджет продаж не предусматривает несколько вариантов ценовой политики (ценовой диверсификации). В то же время ценовая диверсификация является действенным методом работы с рынком, который, как показывает практика, позволяет получить больший доход и увеличить степень проникновения на рынок. Для проведения диверсификации нужно проанализировать рынок и выделить в нем сектора (по уровню доходов, территориальному расположению, предпочтениям). Для каждого такого сегмента должна быть выработана ценовая стратегия. Ярким примером применения такого подхода является ценовая политика сотовых компаний (тарифные планы). Ценовая политика должна быть экономически оправдана, т.е. доход от продаж должен как минимум покрывать расходы на производства данного объема товаров. Цена на товары должна покрывать переменные издержки на его производство, иначе это может привести к неустойчивой финансовой ситуации.

Важнейшим бюджетным документом для инвесторов является бюджет операционной прибыли, в котором отражаются суммы выручки, переменных и постоянных затрат. Инвесторы заинтересованы в максимизации эффективности инвестиций, т.е. в максимизации рентабельности. Таким образом, при утверждении бюджетов необходимо представить инвесторам бюджет продаж, экономически обоснованный с точки зрения рентабельности и учитывающий ценовую диверсификацию.

**Вторая глава** посвящена построению математической модели бюджета продаж в условиях диверсификации и ее анализу.

Пусть потребителей $n$ товаров и услуг, реализуемых предприятием, можно разделить на $m$ секторов. Для каждого $j$-го сектора компанией разработана своя ценовая стратегия. Тогда данные о ценовых стратегиях задаются двумя матрицами $P$ и $Q$, где матрица $P=\left[p_{ij}\right]$ – матрица цен, $p_{ij}$ – цена на $i$-й продукт без налога на добавленную стоимость (НДС) при применении стратегии $j$ ($i=1,2,...n; j=1,2,...m$); матрица $Q=\left[q_{ij}\right]$ – матрица объемов спроса, где $q_{ij}$ – спрос на $i$-й продукт при использовании стратегии $j$ с единичной интенсивностью. Интенсивность использования стратегий задается вектором $x$, где $x^T=(x_1,x_2,...,x_j,...,x_m)$, $0\le x_j\le 1$, $x_j$ – интенсивность $j$-й стратегии.

Согласно нормативной концепции при бюджетировании используется данные о различных нормах затрат. Нормы затрат для одного и того же товара при применении разных стратегий могут различаться. Это связано с тем, что в рамках разных ценовых стратегий один и тот же товар может иметь разные потребительские свойства (качество, вид упаковки, вид сырья и т.д.). Кроме того, может быть различным уровень расходов на маркетинг и перевозку. Следовательно, нормы затрат при ценовой диверсификации можно задать следующими матрицами:

1) матрицей $M$ норм переменных затрат сырья и материалов на единицу готовой продукции (ГП) в стоимостном выражении без НДС ($M=\left[m_{ij}\right]$);

2) матрицей $L$ норм переменных затрат труда на единицу ГП в стоимостном выражении с начислениями по единому социальному налогу ($L = \left[ l_{ij} \right]$);
3) матрицей $S$ норм затрат на маркетинг и транспортные услуги на единицу ГП в стоимостном выражении без НДС $S = \left[ s_{ij} \right]$;
4) вектором $c$ постоянных затрат в стоимостном выражении на различные виды продукции ($c_i \geq 0,\ i = 1,2,...,n$).

Применение ценовой диверсификации должно быть экономически обоснованным, т.е. выручка должна покрывать все расходы. Данное ограничение можно представить в виде *внутрифирменного баланса*

$$(P \circ Q)x \geq (M \circ Q)x + (L \circ Q)x + (S \circ Q)x + r(P \circ Q)x + c, \qquad (1)$$

где $r$ – это процент прибыли в сумме выручки (до обложения налогом на прибыль), общий для всех видов продукции ($r \geq 0$); символ "$\circ$" означает поэлементное умножение матриц $P \circ Q = \left[ p_{ij} \cdot q_{ij} \right]$.

Целью бюджетирования является определение вектора интенсивностей $x^*$, максимизирующего рентабельность $r^*$, т.е.

$$(x^*, r^*) = \arg \max_{(x,r) \in D} r$$

$$D = \{(x,r) \mid (P \circ Q)x \geq (M \circ Q)x + (L \circ Q)x + (S \circ Q)x + r(P \circ Q)x + c, \quad 0 \leq x \leq 1\}.$$

Полученная задача оптимизации бюджета продаж является задачей билинейного программирования с $n$ балансовыми ограничениями и $m$+1 переменными. Исходные данные в модели бюджетирования должны удовлетворять трем условиям:

1. Предполагается, что в каждой стратегии продаж используется как минимум один товар, и каждый товар применяется как минимум в одной стратегии. Т.е. в матрице $Q$ отсутствуют нулевые строки и нулевые столбцы.
2. Цена на товар должна полностью покрывать переменные расходы (условие безубыточности): $p_{ij} \geq m_{ij} + l_{ij} + s_{ij}$.
3. Выпуск и реализация $i$-го товара сопровождается переменными затратами. Если для стратегии $j$ объем реализации положительный ($q_{ij} > 0$), то $m_{ij} + l_{ij} + s_{ij} > 0$.

Матрицу $P \circ Q$ назовем матрицей выручки $B$. Матрицу $(M + L + S) \circ Q$ назовем матрицей переменных издержек $A$. Тогда внутрифирменный баланс можно записать в таком виде: $Bx - Ax \ge c + rBx$, $x \ge 0$, $c \ge 0$, $r \ge 0$.

Полученная модель бюджетирования аналогична модели Неймана: матрица выручки аналогична матрице выпуска, матрица переменных издержек – матрице затрат, вектор постоянных затрат – вектору конечного спроса. Исходя из этой аналогии, для анализа модели бюджетирования можно применять подходы, которые используются для анализа продуктивности моделей неймановского типа.

Модель бюджетирования назовем продуктивной, если для системы ограничений $\left(Bx - Ax \ge c\right)$ существует решение $x \ge 0$ при любом неотрицательном векторе постоянных затрат $c \ge 0$. Доказано, что модель Неймана $(A, B)$ продуктивна тогда и только тогда, когда фробениусово число модели $\overline{\lambda} < 1$. Вследствие отмеченной аналогии для продуктивности модели бюджетирования необходимо и достаточно выполнение неравенства $\overline{\lambda} < 1$.

Для нахождения числа Фробениуса $\overline{\lambda}$ используется следующая задача билинейного программирования:

$$(\overline{\lambda}, \overline{x}, \overline{w}) = \arg \max_{(\lambda, x, w) \in D(A,B)} \lambda,$$

$$D(A,B) = \left\{ (\lambda, x, w) \middle| \begin{array}{c} (A - \lambda B)x \le 0, (A - \lambda B)^T w \ge 0, \\ (x, e^m) = 1,\ (w, e^n) = 1, x \ge 0,\ w \ge 0,\ \lambda \ge 0 \end{array} \right\}. \qquad (2)$$

Величину $\overline{r} = (1 - \overline{\lambda})$ можно интерпретировать как уровень рентабельности продаж, достижимый при любом неотрицательном векторе постоянных затрат $c \ge 0$, а вектор Фробениуса $\overline{x}$ как структуру интенсивностей стратегий, обеспечивающую данный уровень рентабельности.

Задача нахождения луча Неймана при фиксированном значении $\lambda = \overline{\lambda}$ является задачей линейного программирования. Теорема о дополняющей нежесткости позволяет дать следующую интерпретацию ряду величин.

Величина

$$-\sum_{j=1}^{m} (a_{ij} - \overline{\lambda} b_{ij}) \cdot \overline{x}_j$$

показывает величину сверхнормативной маржинальной прибыли от реализации $i$-го продукта.

Величину $\overline{w}_i$ можно рассматривать как показатель критичности рентабельности $i$-го продукта.

Величина

$$\sum_{i=1}^{n}(a_{ij}-\overline{\lambda}b_{ij})\cdot\overline{w}_i$$

показывает уровень скрытой убыточности $j$-й стратегии.

Величина $(b_{ij}-a_{ij}-\overline{r}b_{ij})$ – сверхнормативная маржинальная прибыль на единицу $i$-го товара при единичной интенсивности $j$-й стратегии.

В главе также рассмотрено аналитическое решение модельной задачи (2) при *m, n*=2. Даже в этом случае ответ является многовариантным и плохо обозримым. Это обусловило необходимость проведения вычислительного эксперимента, состоящего в нахождении параметров равновесия с использованием коммерческого программного обеспечения. Для этого была разработана программа генерации тестовых задач. Результаты вычислительного эксперимента с прямым применением пакетов коммерческого программного обеспечения показали неудовлетворительное качество решения сгенерированных задач.

**В третьей главе** дан анализ модели Неймана, рассмотрены методы и алгоритмы нахождения ее параметров равновесия.

Анализ модели Неймана предполагает нахождение для заданных ($m\times n$) матриц $A$ и $B$ с неотрицательными элементами решений $(\lambda,x,w)$ системы билинейных неравенств и уравнений

$$\left(A-\lambda B\right)x\le 0,\left(x,e^m\right)=1,\,x\ge 0\,, \tag{3}$$

$$\left(A-\lambda B\right)^T w\ge 0,\left(w,e^n\right)=1,\,w\ge 0\,. \tag{4}$$

Экстремальные допустимые значения $\lambda$ могут быть найдены с помощью решения задач билинейной оптимизации

$$\underline{\lambda}=\min\left\{\lambda:\left(A-\lambda B\right)x\le 0,\left(x,e^m\right)=1,\,x\ge 0\right\}, \tag{5}$$

$$\overline{\lambda}=\max\left\{\lambda:\left(A-\lambda B\right)^T w\ge 0,\left(w,e^n\right)=1,\,w\ge 0\right\}. \tag{6}$$

Известно, что для определения параметров равновесия $\overline{\lambda}$, $\overline{x}$ и $\overline{w}$ необходимо найти корни невозрастающей функции

$$u(\lambda)=\min_{x:\left(x,e^m\right)=1,\,x\ge 0}\ \max_{i=1,2,\ldots n}\sum_{j=1}^{m}\left(a_{ij}-\lambda b_{ij}\right)x_j\,, \tag{7}$$

значение которой при фиксированном $\lambda$ совпадает с решением задачи линейного программирования

$$\min\left\{u:\left(A-\lambda B\right)x\le u,\left(x,e^{m}\right)=1,\, x\ge 0\right\}. \quad (8)$$

Применение для решения задачи (8) известных численных методов, в частности, симплекс-метода дает неудовлетворительные результаты, когда $u(\lambda)\to 0$. Основой предложенного в диссертации устойчивого алгоритма определения параметров $\overline{\lambda},\overline{r},\overline{x}$ и $\overline{w}$ являются следующие результаты.

**Теорема 1**. *Пусть* $(A_{n\times m}, B_{n\times m})$ *– модель Неймана, в которой:*

1) $(\forall i):(\sum_{j=1}^{m} b_{ij}>0)$ и $(\forall j):(\sum_{i=1}^{n} b_{ij}>0)$;

2) $\underline{\lambda}^{>}=\max\limits_{i=1,2,\ldots,n}\dfrac{\sum_{j=1}^{m}a_{ij}}{\sum_{j=1}^{m}b_{ij}}$ и $\overline{\lambda}^{<}=\min\limits_{j=1,2,\ldots,m}\dfrac{\sum_{i=1}^{n}a_{ij}}{\sum_{i=1}^{n}b_{ij}}$;

3) $\overline{\lambda}^{<}\ge\underline{\lambda}^{>}$.

*Тогда в модели Неймана* $(A,B)$ *существуют положения равновесия* $(\lambda,x,w)$*, в которых* $\lambda\in[\underline{\lambda}^{>},\overline{\lambda}^{<}]$.

Отдельно рассмотрен случай, когда все элементы матрицы $B$ являются положительными, т.е. $b_{ij}>0\ (i=1,2,\ldots,n; j=1,2,\ldots,m)$.

**Теорема 2**. *Пусть* $(A_{n\times m}, B_{n\times m})$ *− модель Неймана; все элементы матрицы* $B_{n\times m}$ *являются ненулевыми;* $G_C$ *− матричная игра с матрицей выигрышей* $C=[a_{ij}/b_{ij}]$, $i=1,2,\ldots,n$, $j=1,2,\ldots,m$; $\lambda^{*}$ *− цена игры* $G_C$*. Тогда в модели Неймана* $(A,B)$ *существует положение равновесия* $(\lambda,x,w)$*, в котором* $\lambda=\lambda^{*}$**.**

Очевидно, что оптимальные смешанные стратегии игры $G_C$, т.е. векторы $(w^{*}, x^{*})$, в общем случае не будут решениями систем (3) и (4), соответствующими значению $\lambda=\lambda^{*}$. Если же решением игры $G_C$ являются чистые стратегии, т.е. векторы

$$w^{*}=\left\{w_i=\delta_i^{i_0}, i=1,2,\ldots,n\right\},\quad x^{*}=\left\{x_j=\delta_j^{j_0}, j=1,2,\ldots,m\right\},$$

где $\delta_l^{k}$ – символ Кронекера, то $(w^{*}, x^{*})$ являются также соответствующими решениями систем (3) и (4).

**Теорема 3.** *Пусть* Γ – *матричная игра с платежной матрицей* $(A\text{-}\lambda B)^{\mathrm{T}}$, *пусть также* $x^*$, $w^*$ – *оптимальные смешанные стратегии первого и второго игроков соответственно*, $u^*$ – *цена игры* Γ. *Тогда* $(u^*, x^*)$ *и* $(u^*, w^*)$ – *оптимальные решения задачи* (8) *и двойственной к ней задачи соответственно.*

Алгоритмы решения матричных игр являются вполне устойчивыми и, в соответствии с теоремой 3, могут быть использованы для анализа параметров модели, в частности, для вычисления $\overline{\lambda}$ и $\underline{\lambda}$ с использованием дихотомии.

**В четвертой главе** рассматривается решение задачи при интервальной неопределенности в исходных данных.

Интервальными в данной модели будут матрица переменных издержек и выручки

$$\mathbf{A} = \left\{\left[\underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}\right]\right\}_{\substack{i=1,2,\ldots,n \\ j=1,2,\ldots,m}}, \quad \mathbf{B} = \left\{\left[\underline{b}_{ij}, \overline{b}_{ij}\right]\right\}_{\substack{i=1,2,\ldots,n \\ j=1,2,\ldots,m}}.$$

Введем обозначения:

1) $\mathrm{mid}\,\mathbf{A}$ и $\mathrm{mid}\,\mathbf{B}$ – матрицы центров интервалов для матрицы $\mathbf{A}$ и матрицы $\mathbf{B}$

$$\mathrm{mid}\,\mathbf{A} = \left\{\mathrm{mid}\left(\left[\mathbf{a}_{ij}\right]\right)\right\}_{\substack{i=1,2,\ldots,n \\ j=1,2,\ldots,m}} = \left\{\frac{\underline{a}_{ij} + \overline{a}_{ij}}{2}\right\}_{\substack{i=1,2,\ldots,n \\ j=1,2,\ldots,m}},$$

$$\mathrm{mid}\,\mathbf{B} = \left\{\mathrm{mid}\left(\left[\mathbf{b}_{ij}\right]\right)\right\}_{\substack{i=1,2,\ldots,n \\ j=1,2,\ldots,m}} = \left\{\frac{\underline{b}_{ij} + \overline{b}_{ij}}{2}\right\}_{\substack{i=1,2,\ldots,n \\ j=1,2,\ldots,m}};$$

2) $\underline{\mathbf{A}}$ и $\underline{\mathbf{B}}$ – матрицы нижних границ интервалов для матрицы $\mathbf{A}$ и матрицы $\mathbf{B}$

$$\underline{\mathbf{A}} = \left\{\underline{a}_{ij}\right\}_{\substack{i=1,2,\ldots,n \\ j=1,2,\ldots,m}}, \quad \underline{\mathbf{B}} = \left\{\underline{b}_{ij}\right\}_{\substack{i=1,2,\ldots,n \\ j=1,2,\ldots,m}};$$

3) $\overline{\mathbf{A}}$ и $\overline{\mathbf{B}}$ – матрицы верхних границ интервалов для матрицы $\mathbf{A}$ и матрицы $\mathbf{B}$

$$\overline{\mathbf{A}} = \left\{\overline{a}_{ij}\right\}_{\substack{i=1,2,\ldots,n \\ j=1,2,\ldots,m}}, \quad \overline{\mathbf{B}} = \left\{\overline{b}_{ij}\right\}_{\substack{i=1,2,\ldots,n \\ j=1,2,\ldots,m}}.$$

**Теорема 4.** *Пусть*

$$\left(\lambda^*, x^*, w^*\right) = \arg \max_{(\lambda,x,w)\in D(\mathrm{mid}\,\mathbf{A},\mathrm{mid}\,\mathbf{B})} \lambda,$$

$$\tilde{A} = \beta_1 \cdot \mathrm{mid}\,\mathbf{A} \in \mathbf{A}, \quad \tilde{B} = \beta_2 \cdot \mathrm{mid}\,\mathbf{B} \in \mathbf{B}.$$

*Тогда*

$$\left(\frac{\lambda^*\beta_1}{\beta_2}, x^*, w^*\right) = \arg \max_{(\lambda,x,w)\in D(\tilde{A},\tilde{B})} \lambda.$$

Как следует из теоремы для моделей вида $(\tilde{A}, \tilde{B})$ коэффициенты $\beta_1$ и $\beta_2$ влияют на параметр

$$\tilde{r} = 1 - \tilde{\lambda} = 1 - \lambda^* \beta_1 / \beta_2 = 1 - (1 - r^*)\beta_1 / \beta_2 = \frac{\beta_1}{\beta_2}\left(r^* - 1\right) + 1$$

и не влияют на векторы $x^*$ и $w^*$, т.е. политика диверсификации цен полностью определяется матрицами центров интервалов. Интервальную оценку параметра λ, а следовательно и $\bar{r}$ дает следующая теорема.

**Теорема 5.** *Пусть*

1) *точечные матрицы* $(\tilde{A}, \tilde{B})$ *удовлетворяют условиям* $\tilde{A} \in \mathbf{A}$ *и* $\tilde{B} \in \mathbf{B}$;

2) $(\tilde{\lambda}, \tilde{x}, \tilde{w}) = \arg \max\limits_{(\lambda, x, w) \in D(\tilde{A}, \tilde{B})} \lambda;$

3) $(\overline{\lambda}, \overline{x}, \overline{w}) = \arg \max\limits_{(\lambda, x, w) \in D(\overline{\mathbf{A}}, \underline{\mathrm{B}})} \lambda;$

4) $(\underline{\lambda}, \underline{x}, \underline{w}) = \arg \max\limits_{(\lambda, x, w) \in D(\underline{\mathbf{A}}, \overline{\mathrm{B}})} \lambda.$

*Тогда* $\underline{\lambda} \le \tilde{\lambda} \le \overline{\lambda}$.

В **пятой главе** описывается программное обеспечение для оптимизации ценовой стратегии. Проведено исследование проблемы автоматизации процессов бюджетирования, в ходе которого указаны основные требования к проекту, ключевые функции и основные ограничения.

Ввод данных осуществляется двумя способами: данные вводятся оператором вручную; данные закачиваются из xml-файлов или таблиц Excel определенного формата. В первом случае необходим механизм загрузки, который анализирует структуру файла. Структура xml-файла у разных корпоративных систем может различаться, поэтому в комплект поставки должно входить подробное описание xml-структур файлов для импорта.

При загрузке данных важнейшим вопросом является обеспечение целостности БД; загруженные данные не должны дублировать имеющуюся в БД информацию (данные справочников и числовые данные). Поэтому в модуле предусмотрены режим настройки параметров импорта и обеспечение целостности с помощью специальных ключей (номер записи справочника в исходной БД и др.).

После расчетов выходные данные представлены в виде отчетов. Полученные отчеты могут быть экспортированы в Excel и xml. Для xml-файлов разработано xslt-преобразование для отображения данных в формате html. В результате первоначального исследования был также получен эскиз архитектуры, демонстрирующий разбиение программной части на четыре подсистемы: программа управления, механизм импорта-экспорта из xml и Excel, сервер БД и модуль оптимизации (см. рисунок 2).

Как правило, бюджет продаж не предусматривает несколько вариантов ценовой политики (ценовой диверсификации). В то же время ценовая диверсификация является действенным методом работы с рынком, который, как показывает практика, позволяет получить больший доход и увеличить степень проникновения на рынок. Для проведения диверсификации нужно проанализировать рынок и выделить в нем сектора (по уровню доходов, территориальному расположению, предпочтениям).

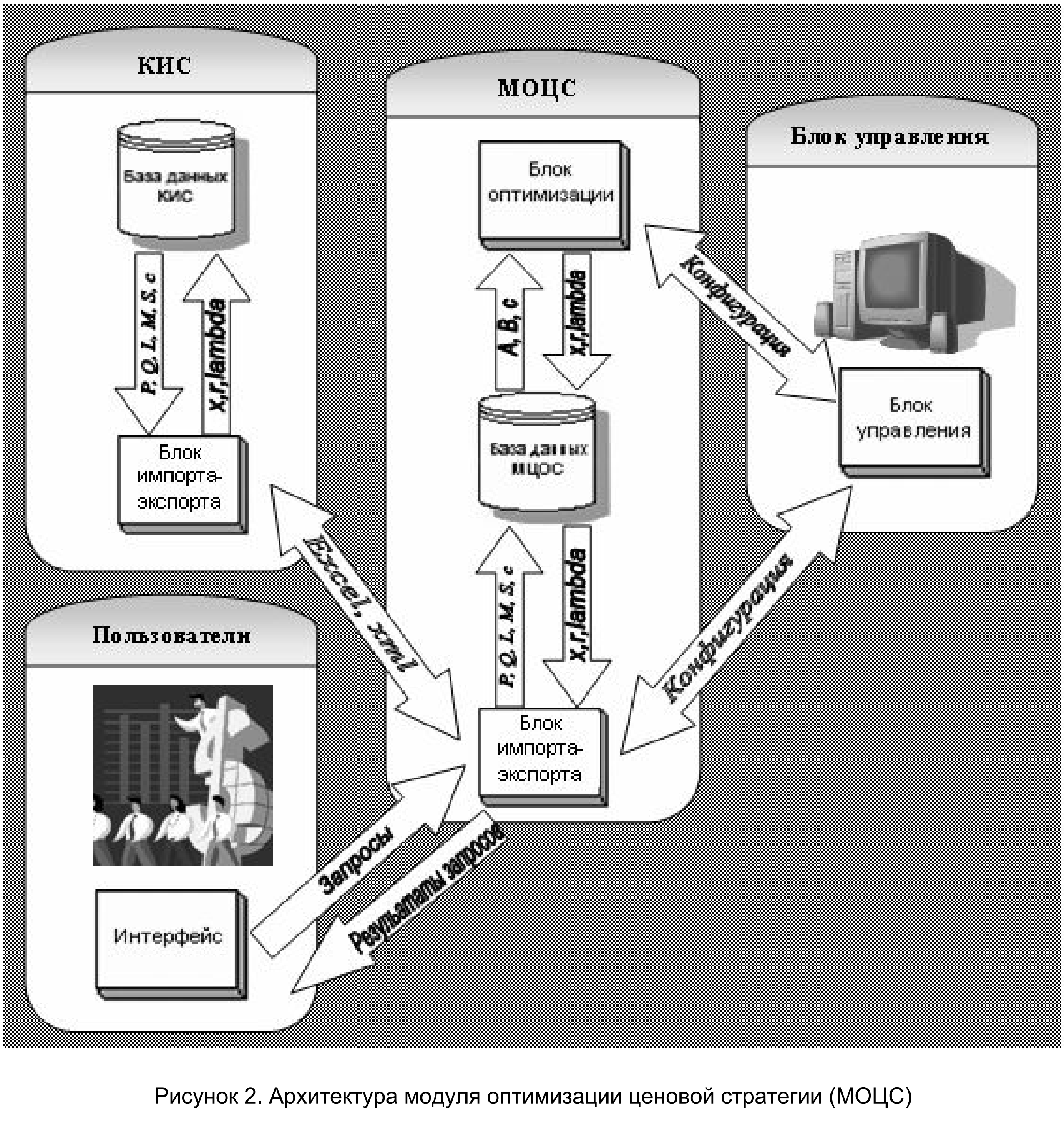


Рисунок 2. Архитектура модуля оптимизации ценовой стратегии (МОЦС)

Разработанное программное обеспечение имеет прикладной характер, поэтому данная система является локальной, т.к. для ввода данных и формирования конечных отчетов достаточно одного оператора (менеджера). В качестве СУБД для данной задачи используется достаточно распространенный пакет MS Access, являющийся частью Microsoft Office Professional. Для загрузки xml-файлов необходимо ПО MS Explorer версии 6.0 и выше, которое входит в стандартную комплектацию Windows версии 2000 /XP.

В **шестой главе** приведен расчет бюджета продаж с использованием разработанного программного обеспечения.

## Основные результаты и выводы

1. Разработаны методы математического моделирования процесса бюджетирования, позволяющие провести оптимизацию бюджета продаж с учетом ценовой диверсификации.
2. Разработаны средства математического и численного анализа проблемы продуктивности проекта бюджетирования.
3. Предложен численно устойчивый алгоритм определения параметров равновесия модели Неймана.
4. Доказано, что при интервальной неопределенности исходных данных политика диверсификации цен определяется матрицами центров интервалов, а границы интервала для рентабельности определяются матрицами верхних и нижних границ интервалов. Даны способы их вычисления.
5. Разработан комплекс программ (свидетельство РосПатента о регистрации № 2007613463), позволяющий строить оптимальные бюджеты продаж с применением ценовой диверсификации. Данный комплекс имеет развитый интерфейс (механизм импорта-экспорта в форматах xml и Excel) и внедрен на предприятии ЧФ ЗАО «Пронто-Уфа» и в учебный процесс ЮУрГУ.

## Публикации автора по теме диссертации


*Публикации в изданиях рекомендованных ВАК:*

1. Панюков, А.В. Программное обеспечение системы оптимизации бюджета продаж с использованием ценовой диверсификации / А.В. Панюков, А.Т. Латипова // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2008. – Вып. 3. – №7 (103). – С. 16 – 20.
2. Латипова, А.Т. Оптимизация бюджета продаж / А.Т. Латипова, А.В. Панюков // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Рынок: теория и практика». – 2007. – Вып. 4. – №15 (170). – С. 116 – 120.

*Прочие публикации:*

3. Латипова, А.Т. Применение модели Неймана при решении задач бюджетирования / А.Т. Латипова // Проблемы теоретической и прикладной математики: туды 35-й региональной молодежной конференции. – Екатеринбург: УрО РАН, 2004. – С. 284 – 288.
4. Латипова А. Т. Модель оптимизации ценовой стратегии для задач бюджетирования / А.Т. Латипова // Дискретный анализ и исследование операций: материалы российской конференции (Новосибирск, 28 июня – 2 июля 2004). – Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 2004. – С. 206.
5. Латипова А. Т. Модель оптимизации бюджетирования для предприятий минерально-сырьевого комплекса. / А.Т. Латипова // Стратегия развития минерально-сырьевого комплекса в XXI веке: материалы международной конференции. Москва – Бишкек. – М: Изд-во РУДН, 2004. – С. 206 – 208.
6. Латипова, А.Т. Разработка и исследование математических моделей бюджетирования / А.Т. Латипова // Проблемы теоретической и прикладной математики: труды 36-й региональной молодежной конференции. – Екатеринбург: УрО РАН, 2005. – С. 310 – 313.
7. Латипова, А.Т. Ценовая диверсификация в бюджетировании / А.Т. Латипова // Экономика и менеджмент: проблемы и перспективы: труды Международной научно-практической конференции. 6 – 11 июня 2005 года. – СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2005. – С. 562 – 566.
8. Латипова, А.Т. Математическая модель бюджетирования / А.Т. Латипова // Проблемы теоретической и прикладной математики: труды 37-й региональной молодежной конференции. – Екатеринбург: УрО РАН, 2006. – С. 391 – 397.

9. Латипова, А.Т. Оптимизация бюджета продаж в условиях ценовой диверсификации / А.Т. Латипова, А.В. Панюков; под ред. д.э.н., проф. В.В. Глухова, д.э.н., проф. А.В. Бабкина // Управление изменениями и инновации в экономических системах: межвуз. сб. науч. тр. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2006. – С. 647 – 654.
10. Латипова, А.Т. Анализ проблемы продуктивности модели бюджетирования / А.Т. Латипова // Проблемы теоретической и прикладной математики: труды 38-й региональной молодежной конференции. – Екатеринбург: УрО РАН, 2007. – С. 335 – 339.
11. Свидетельство Роспатента о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2007613463 / Программа оптимизации бюджета продаж при ценовой диверсификации / А.Т. Латипова, А.В. Панюков. – №2007612433, заявл. 19.06.2007 (зарег. 15.08.2007); опубл. 20.12.2007, Бюл. №4 (61) (I ч.). – 1 с