На правах рукописи

ПРИВАЛОВА Юлия Ивановна

Математические модели и методы оптимизации выбора объектов в процессе технической подготовки производства (на примере легкой промышленности)

05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Омск 2007

Работа выполнена

в ГОУ ВПО «Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского» на кафедре прикладной и вычислительной математики

Научный руководитель — д-р физ.-мат. наук, проф.
КОЛОКОЛОВ Александр Александрович

Официальные оппоненты — д-р физ.-мат. наук, проф.
ЖИТНИКОВ Владимир Павлович
канд. техн. наук, доц.
Григорчук Татьяна Ивановна

Ведущая организация — **Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, г. Владивосток**

Защита состоится « 26 » октября 2007г. в 10 час.
на заседании диссертационного совета Д-212.288.03
при Уфимском государственном авиационном техническом университете
по адресу: 450000, г. Уфа, ул. К. Маркса 12

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке университета

Автореферат разослан «_____»_____________2007г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
д-р техн. наук, проф. **В.В. Миронов**

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В настоящее время математическое моделирование и компьютерные технологии широко применяются для решения различных задач, возникающих в экономике, управлении, проектировании и других сферах деятельности. Значительное внимание уделяется использованию моделей и методов дискретной оптимизации, что обусловлено необходимостью решать достаточно сложные задачи с большим числом возможных вариантов и выбирать из них наилучшие с учетом различных ограничений.

Среди подобного типа задач важное место занимают постановки, в которых требуется сформировать в определенном смысле оптимальное множество объектов (например, машин, наборов моделей одежды, приемов, свойств), покрывающее «потребности» другой совокупности (работ, клиентов, заказов, характеристик и др.) при выполнении условий, обусловленных спецификой задачи. Проведенные нами исследования показали, что во многих случаях указанные задачи могут быть сведены к задачам о покрытии и различным их модификациям. Для решения этих задач актуальным является применение методов дискретной оптимизации, в частности, целочисленного программирования.

Задачи о покрытии имеют значительное число приложений в различных отраслях, являются *NP*-трудными и требуют построения эвристических алгоритмов, которые могут быть использованы в прикладных исследованиях. В последние годы в области дискретной оптимизации в этом направлении активно велись разработки алгоритмов локального поиска, муравьиной колонии, поиска с запретами, генетических алгоритмов и др.

Цель диссертационной работы – построение математических моделей, численных методов и алгоритмов для решения задач оптимизации выбора объектов в процессе технической подготовки производства, в том числе при определении доминирующих свойств материалов.

Задачи исследования. Для достижения указанной цели поставлены и решены следующие задачи:

1. Разработать подход к оптимизации выбора объектов в процессе технической подготовки производства и определению доминирующих свойств материалов.
2. Построить математические модели формирования наборов изделий с учетом нескольких критериев с целью запуска в производство и выбора для индивидуального потребителя.
3. Разработать математические модели для нахождения минимального множества доминирующих свойств, влияющих на оценку качества материала.
4. Построить алгоритмы, основанные на методах локального поиска для решения поставленных задач.
5. Разработать программную реализацию предложенных алгоритмов и провести экспериментальное исследование математических моделей и методов, выявить возможности их применения для решения прикладных задач.

Методы исследования. В процессе выполнения работы использовались методы математического моделирования, дискретной оптимизации, целочисленного линейного программирования, а также современные достижения в области проектировании изделий и применения компьютерных технологий.

На защиту выносятся:

1. Подход к оптимизации выбора объектов в процессе технической подготовки производства и определению доминирующих свойств материалов, основанный на применении задач о покрытии и их обобщений.

2. Математические модели формирования наборов изделий с учетом нескольких критериев с целью запуска в производство и выбора для индивидуального потребителя.

3. Математические модели для нахождения минимального множества доминирующих свойств, влияющих на оценку качества материала.

4. Гибридные алгоритмы, основанные на поиске с запретами для задачи о покрытии множества, ее обобщений и задачи нахождения минимального множества доминирующих свойств материалов.

5. Программная реализация разработанных алгоритмов, результаты экспериментальных исследований.

Научная новизна работы состоит в следующем:

1. Предложен новый подход к оптимизации выбора объектов в процессе технической подготовки производства и определения доминирующих свойств материалов, основанный на использовании задач о покрытии на графах и их обобщений, отличающийся от применявшихся ранее методов возможностью находить оптимальные или приближенные решения с учетом различных ограничений и нескольких критериев.

2. С использованием указанного подхода построены новые математические модели и решены следующие задачи:

- формирования наборов изделий с учетом нескольких критериев для запуска в производство,
- оптимизации выбора изделий для индивидуального потребителя,
- нахождения минимального множества доминирующих свойств материалов, влияющих на оценку его качества.

3. Разработаны гибридные алгоритмы, основанные на методах локального поиска и поиска с запретами, для задачи о покрытии, ее обобщений и задачи нахождения минимального множества доминирующих свойств, влияющих на оценку качества материала, которые учитывают специфику задач. Для нахождения начального решения в этих алгоритмах использовался метод Лагранжевой релаксации. Приближенное решение находилось с помощью метода локального поиска и впервые с использованием поиска с запретами, что позволило повысить эффективность решения.

Практическая значимость работы. Предложенный подход и математические модели могут быть использованы на этапе технической подготовки производства в ситуациях, где необходимо формировать оптимальные наборы объектов, удовлетворяющие потребности другой совокупности объектов. На основе этого подхода построены математические модели для нахождения оптимальных наборов изделий, предназначенных для запуска в производство и индивидуального потребителя, выделения доминирующих свойств материалов. Оптимизация выбора объектов позволит сокращать трудовые и временные затраты на разработку новых изделий и оценку качества материалов, снижать влияние субъективного фактора.

Внедрение результатов работы. Результаты диссертационной работы применимы для решения практических задач в различных отраслях, а также в учебном процессе при подготовке специалистов в области применения математических методов и современных информационных технологий. В частности, они внедрены на швейном предприятии по изготовлению детской и подростковой одежды, в ателье «Ренард» филиала «Иртыш» РООИВиВК (г. Омск), на кафедре «Технология и методика преподавания технологии» Омского государственного педагогического университета при подготовке студентов специальности 030600 «Технология и предпринимательство» и направления 540500 «Технологическое образование» по дисциплинам «Компьютерное моделирование технологических процессов» и «Организация и технология предприятий бытового обслуживания».

Апробация работы. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1 – 15] и докладывались на следующих конференциях и семинарах: Региональной научно-практической юбилейной конференции «Совершенствование системы подготовки специалистов для сферы сервиса», Омск, 2002; Всероссийской конференции «Проблемы оптимизации и экономические приложения», Омск, 2003; Международной научно-практической конференции "Актуальные проблемы подготовки специалистов для сферы сервиса", Омск, 2003; Российской конференции «Дискретный анализ и исследование операций», Новосибирск, 2004; XXIX Региональной научной студенческой конференции «Молодежь III тысячелетия», ОмГУ, 2005; III Всероссийской научной молодежной конференции «Под знаком Σ», Омск, 2005; XXXVII Региональной молодежной школе-конференции “Проблемы теоретической и прикладной математики”, Екатеринбург, 2006; III Всероссийской конференции «Проблемы оптимизации и экономические приложения», Омск, 2006; XIII Всероссийской конференции «Математическое программирование и приложения», Екатеринбург, 2007; заседаниях семинара «Математическое моделирование и дискретная оптимизация» в Омском филиале Института математики СО РАН, заседаниях кафедр в Омском государственном университете и Уфимском государственном авиационном техническом университете.

Публикации. Список публикаций по теме диссертации содержит 15 работ, в том числе одну в рецензируемом журнале из списка ВАК.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка используемой литературы, приложений, содержит 134 страницы машинописного текста и включает 112 наименований использованных литературных источников.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы, формулируются цель и задачи исследования, отмечается новизна и практическая значимость результатов работы, кратко излагается содержание диссертации, приводится информация об ее апробации.

В первой главе рассматриваются вопросы применения моделей и методов оптимизации в легкой промышленности и других отраслях. Приводятся постановки задач о покрытии, в том числе задачи о наименьшем покрытии множества, некоторые их свойства, приложения в экономике, управлении, области информационных технологий, дается обзор алгоритмов решения этих задач. Обосновывается актуальность разработки математических моделей для оптимизации выбора объектов в процессе технической подготовки производства.

Задача о наименьшем покрытии множества может быть сформулирована следующим образом. Пусть даны множество $M = \{1,...,m\}$ и набор его подмножеств $M_j \subseteq M$, где $j \in N = \{1,...,n\}$. Совокупность $\{M_j\}$, $j \in J$, $J \subseteq N$ называется покрытием множества M, если $\bigcup_{j \in J} M_j = M$. Каждому M_j приписан вес $c_j > 0$. Требуется найти покрытие, имеющее минимальный суммарный вес.

Приведем соответствующую модель ЦЛП. Введем переменные: $x_j = 1$, если множество M_j входит в покрытие, иначе $x_j = 0$, $j \in N$. Определим матрицу $A = (a_{ij})$, $i \in M$, $j \in N$:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если элемент } i \text{ входит в множество } M_j, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Задача ЦЛП имеет вид

$$f(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \min \tag{1.1}$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \ge 1, \qquad i \in M, \tag{1.2}$$

$$x_j \in \{0,1\}, \qquad j \in N. \tag{1.3}$$

В невзвешенной ЗНП коэффициенты целевой функции $c_j = 1, j \in N$. Кроме того, в литературе изучаются обобщенные задачи о покрытии, в которых в правой части ограничения (1.2) используется вектор натуральных чисел $b = (b_1,...,b_m)^T$. Это означает, что элемент i должен быть «покрыт» не менее b_i раз, $i \in M$. В работе приводятся также постановка задачи об упаковке множества и соответствующая модель ЦЛП. Указанные задачи послужили основой для разработанных нами математических моделей в главах 2 и 3.

Вторая глава посвящена описанию предложенного нами подхода и математических моделей для формирования набора объектов на этапе технической подготовки производства. Показана целесообразность использования данного подхода в ситуациях, где необходимо произвести выбор определенного множества объектов из заданной совокупности с учетом различных условий. Разработанные математические модели нашли применение в швейной промышленности при создании наборов одежды для запуска в производство и выборе одежды для индивидуального потребителя. Рассматриваются постановки двух задач: двухкритериальная задача формирования набора изделий для запуска в производство и задача оптимизации выбора изделий для индивидуального потребителя на основании его запроса. С целью конкретизации изделий далее в работе для описания постановок задач рассматриваются модели одежды. Предлагаются математические модели, приводятся результаты вычислительного эксперимента с реальными исходными данными, анализируются оптимальные решения.

Перейдем к описанию постановки задачи оптимизации выбора объектов и соответствующих математических моделей. Предположим, что даны два множества объектов, используемых в процессе подготовки производства. Объекты первого множества назовем покрывающими. Каждый из них может удовлетворять (покрывать) потребности одного или нескольких элементов второго множества. Например, первое множество может состоять из машин, изделий, свойств, приемов, а второе – из работ, клиентов, характеристик и т.д. Считаются известными веса (стоимости) объектов первого множества. Кроме того, покрывающие объекты разбиты на группы (возможно пересекающиеся), из которых выбирается не более одного элемента. Необходимо сформировать набор покрывающих объектов, который полностью удовлетворяет потребности элементов второго множества, соответствует сформулированным выше требованиям и имеет минимальный суммарный вес.

Приведем математические модели для данной постановки задачи. Пусть $V=\{v_1,...,v_n\}$ множество покрывающих объектов, $W=\{w_1,...,w_m\}$ - множество объектов, потребности которых необходимо удовлетворить. Для каждого v_j известно подмножество покрываемых им объектов $W_j \subseteq W$. Элементы из V разделены на t групп $J^k,\ k \in T,\ T=\{1,...,t\}$ (в общем случае они могут пересекаться). Подмножество $V' \subseteq V$ будем называть покрытием, если объекты из V' полностью удовлетворяют потребности объектов из W. Покрытие называется допустимым, если в него входит не более одного элемента каждой группы J^k. Объекту v_j приписан вес $c_j > 0,\ \ j=1,...,n$. Вес покрытия V' определяется как сумма весов его элементов. Задача состоит в отыскании допустимого покрытия минимального веса. Построим соответствующую модель ЦЛП. Для этого введем переменные: $x_j = 1$, если объект v_j входит в покрытие, иначе $x_j = 0,\ j \in N$. Напомним, что $N=\{1,...,n\}$, а $M=\{1,...,m\}$. Определим матрицу $A=(a_{ij}),\ i \in M,\ j \in N$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если элемент } v_j \text{ может удовлетворять потребности объекта } w_i, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Задача ЦЛП имеет вид

$$f(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \min \qquad (2.1)$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq 1, \qquad i \in M, \tag{2.2}$$

$$\sum_{j \in J_k} x_j \leq 1, \qquad k \in T, \tag{2.3}$$

$$x_j \in \{0,1\}, \qquad j \in N. \tag{2.4}$$

Условие (2.2) отражает требование удовлетворения потребностей всех объектов из W. Поэтому, если из (2.1) – (2.4) исключить неравенство (2.3), то получится задача о наименьшем покрытии множества. Отсюда вытекает, что задача (2.1) – (2.4) является *NP*-трудной. Следует отметить, что имеются постановки задач, в которых в правой части ограничения (2.2) используется вектор натуральных чисел $b = (b_1, \ldots, b_m)^T$.

Система неравенств (2.3) указывает на необходимость выбора из каждой группы J^k не более одного объекта, $k \in T$. В ряде случаев модель включает ограничения такого типа, в которых знак « $\leq$ » заменяется на равенство. Встречаются постановки задач, в которых группы J^k не пересекаются. Рассматриваемая задача может быть сформулирована с целевой функцией на максимум. Кроме того, на практике возникают задачи, в которых вместо целевой функции (2.1) используются несколько критериев.

Построенные математические модели прошли апробацию на задачах с реальными исходными данными, представленными специалистами в области швейного производства. Перейдем к рассмотрению двухкритериальной задачи формирования набора изделий, а именно моделей одежды с учетом психофизиологического и эстетического факторов.

Дадим содержательную постановку указанной задачи. Имеется множество моделей одежды, из которого необходимо выбрать некоторую совокупность для запуска в производство. В соответствии с психофизиологическими особенностями каждого типа потребителя ему подходит только часть модельного ряда. Кроме того, каждая модель одежды отвечает некоторому направлению моды, т.е. имеет определенный коэффициент эстетического соответствия. Необходимо сформировать набор моделей одежды, в котором в максимальной степени учитываются психофизиологические и эстетические особенности потребителей.

Приведем математическую постановку данной задачи. Пусть имеется m типов потребителей, n моделей одежды и рассматривается двудольный граф $G = (\tilde{V}, E)$ с множеством вершин $\tilde{V} = V \bigcup W$ и множеством ребер E, где $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$, вершина v_j отвечает *j*-ой модели одежды, $j = 1, \ldots, n,$ а $W = \{w_1, \ldots, w_m\}$, w_i соответствует *i*-му типу потребителя, $i = 1, \ldots, m$.

Если *j*-ая модель одежды может быть рекомендована *i*-му типу потребителя, то в E входит ребро (v_j, w_i). Множество вершин V разделено на t непересекающихся групп M_k, $V=\bigcup_{k=1}^{t} M_k$. В одной группе находятся вершины, соответствующие зрительно мало различимым моделям одежды.

Известен целочисленный вектор $b=(b_1,...,b_m)^T$, характеризующий требуемую степень разнообразия моделей одежды: b_i – нижняя граница количества моделей, выбираемых для потребителя i-го типа, $i=1,...,m.$ Кроме того, задана величина α – верхняя граница числа моделей, предлагаемых для внедрения в производство. В ходе исследования для каждой модели j были определены веса s_j и d_j, где s_j соответствует психофизиологическому показателю, d_j – эстетическому, $j=1,...,n$.

Пусть $V^{'}\subseteq V$ и $E^{'}$ - множество всех исходящих из $V^{'}$ ребер. Множество $V^{'}$ называется допустимым b-покрытием, если любая вершина w_i является концом не менее b_i ребер из $E^{'}$ и $\left|V^{'}\right|\le\alpha,$ $i=1,...,m.$ Задача заключается в нахождении допустимого b-покрытия, которое является Парето-оптимальным по критериям психофизиологического и эстетического соответствия. Для нахождения таких решений нами использован метод уступок.

С целью решения задачи дискретной оптимизации для формирования наборов моделей одежды предлагается следующая модель ЦЛП. Пусть $A=(a_{ij})$ – булева матрица, у которой

$$a_{ij}=\begin{cases}1, \text{ если в графе } G \text{ имеется ребро } (j,i)\in E,\\ 0, \text{ в противном случае,}\end{cases}$$

$i=1,...,m$, $j=1,...,n$.

Введем вектор переменных $x=(x_1,...,x_n)^T$, где x_j=1, если вершина v_j входит в b-покрытие, иначе x_j=0, $j=1,...,n.$ Двухкритериальная задача ЦЛП имеет вид

$$F^1(x)=\sum_{j=1}^{n}s_jx_j\to\max, \tag{2.6}$$

$$F^2(x)=\sum_{j=1}^{n}d_jx_j\to\max \tag{2.7}$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j\ge b_i,\qquad i=1,...,m, \tag{2.8}$$

$$\sum_{j=1}^{n}x_j\le\alpha, \tag{2.9}$$

$$\sum_{j\in M_k}x_j\le 1,\qquad k=1,...,t, \tag{2.10}$$

$$x_j\in\{0,1\},\qquad j=1,...,n. \tag{2.11}$$

Ограничения (2.8) соответствуют требованию выбора для i-го типа потребителя не менее b_i моделей одежды, $i=1,...,m.$ Неравенство (2.9) означает, что мощность b-покрытия не должна превышать величины α. Условия (2.10) указывают на необходимость включения в покрытие не более одной модели одежды из k-й группы зрительного различия, $k=1,...,t$.

Разработанную математическую модель можно рассматривать как один из вариантов моделей оптимизации выбора объектов.

С целью апробации построенной математической модели ЦЛП проведён вычислительный эксперимент на ЭВМ с использованием пакета программ, разработанного в лаборатории дискретной оптимизации Омского филиала Института математики СО РАН.

В эксперименте использовались 50 моделей плечевой одежды плательно-блузочного ассортимента девочек (для 16 типов подростков), т.е. $n=50,\ m=16$. Расчеты выполнялись с различными вариантами вектора b и числа α. Значения компонент вектора $b_i,\ i=1,...,16$ выбирались из интервала [1,10] и $\alpha \in \{10,15,20\}$. Результаты вычислений на ЭВМ показали, что предложенный подход к формированию набора одежды представляется перспективным.

Рассмотрим задачу выбора изделий, а именно моделей одежды для индивидуального потребителя на основании его запроса, корректирующей визуальное восприятие фигуры. Предположим, что потребитель имеет некоторые недостатки фигуры. Для улучшения зрительного восприятия предлагается выполнить коррекцию этих недостатков с помощью одежды. Все приемы коррекции разделены на 3 класса по степени значимости: основной, дополнительный и вспомогательный. Необходимо выбрать из общей совокупности множество приемов, не имеющее между собой противоречий, корректирующее визуальное восприятие фигуры и максимально соответствующее предпочтениям специалиста.

Дадим математическую постановку задачи. Предположим, что потребитель имеет s недостатков фигуры и для них известны приемы коррекции. Рассмотрим граф $G=(V,E)$ с множеством вершин $V = P \cup D \cup D' \cup W$ и множеством ребер $E = E_1 \cup \hat{E}_1$. В этом графе $P=\{p_1,...,p_s\}$, вершина p_h отвечает недостатку h фигуры, $h=1,...,s;$ $D=\{d_1,...,d_m\}$, вершина d_j соответствует приему j из дополнительного класса, $j=1,...,m;$ $D'=\{d'_1,...,d'_l\}$, вершина d_k сопоставляется приему k из вспомогательного класса, $k=1,...,l;$ $W=\{w_1,...,w_n\}$, вершина w_i отвечает приему i из основного класса, $i=1,...,n,$ (см. Рисунок 1). Отметим, что все множества D, D' и W попарно не пересекаются.

Опишем множество ребер графа $G=(V,E)$. В E_1 входят ребра, связывающие вершины множества P с вершинами, принадлежащими D, D' и W. Если вершина из $D \cup D' \cup W$ отвечает приему, корректирующему какой-либо недостаток фигуры, то она соединяется ребром с соответствующей вершиной, содержащейся в P. Множество $\hat{E}_1$ состоит из ребер, которые связывают вершины множеств *D*, *D'* и *W*. Любые две вершины из $D \cup D' \cup W$ соединены ребром, если соответствующие им приемы не согласуются между собой.

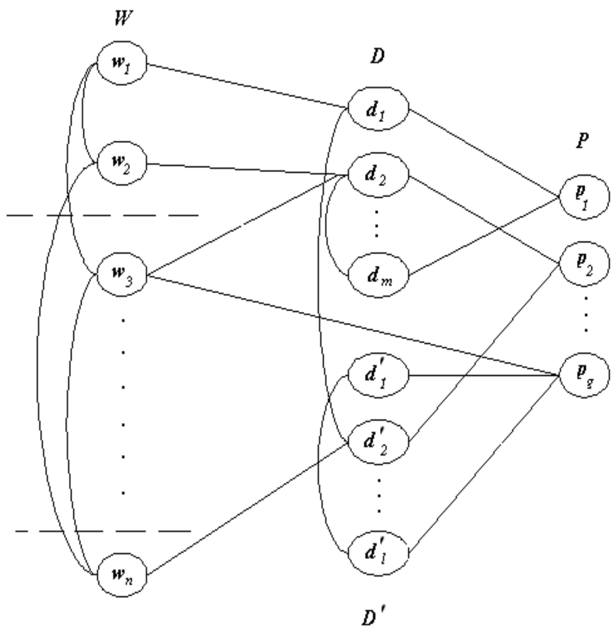

Рисунок 1. Граф *G=(V,E)* для оптимизации выбора изделий

В ходе исследования для каждой вершины из $D \cup D' \cup W$ были определены коэффициенты $\gamma_i^1,\ \gamma_j^2,\ \gamma_k^3$, *i=1,...,n; j=1,...,m; k=1,...,l,* отражающие предпочтения специалиста по направлениям моды.

Задача заключается в нахождении подмножества вершин *V** из $D \cup D' \cup W$, которое удовлетворяет следующим условиям:

- каждая вершина из *P* соединена, по крайней мере, одним ребром с некоторой вершиной из *V**;
- любые две вершины из *V** не связаны ребром;
- количество вершин из *V** не превышает заданной величины;
- вес множества *V** является максимальным.

Чтобы не ограничивать потребителя одним решением, необходимо предложить несколько моделей одежды. Это можно сделать, например, путем варьирования значений коэффициентов предпочтения $\gamma_i^1,\ \gamma_j^2,\ \gamma_k^3$, *i=1,...,n; j=1,...,m; k=1,...,l.*

С целью решения поставленной задачи построим модель ЦЛП. Введем следующие обозначения:

t – число противоречий между приемами коррекции фигуры из основного и дополнительного классов;

q – число противоречий между приемами коррекции фигуры из основного и вспомогательного классов;

r – число противоречий между приемами коррекции фигуры из дополнительного и вспомогательного классов;

β – верхняя граница числа приемов, требуемых для скрытия дефектов;

α^0 – число непересекающихся групп приемов основного класса;

$\alpha^1,\ \alpha^2,\ \alpha^3$ – количество противоречий между приемами коррекции внутри основного, дополнительного и вспомогательного классов соответственно;

$\gamma_i^1,\ \gamma_j^2,\ \gamma_k^3$ – коэффициенты (веса) предпочтений приемов для основного, дополнительного и вспомогательного классов соответственно, *i=1,…,n, j=1,…,m, k=1,..,l.*

Введем переменные: $x_i = 1$, если основной прием *i* используется и $x_i = 0$, в противном случае, *i=1,…,n*; $y_j = 1$, если дополнительный прием *j* используется и $y_j = 0$, в противном случае, *j=1,…,m*; $z_k = 1$, если вспомогательный прием *k* используется и $z_k = 0$, в противном случае, *k=1,..,l.*

Модель ЦЛП имеет вид

$$\sum_{i=1}^{n}\gamma_i^1 x_i + \sum_{j=1}^{m}\gamma_j^2 y_j + \sum_{k=1}^{l}\gamma_k^3 z_k \to \max \tag{2.12}$$

при условиях

$$\sum_{i=1}^{n} c_i^1 x_i + \sum_{j=1}^{m} c_j^2 y_j + \sum_{k=1}^{l} c_k^3 z_k \le \beta, \tag{2.13}$$

$$\sum_{i=1}^{n} s_{\alpha i}^{1} x_i + \sum_{j=1}^{m} s_{\alpha j}^{2} y_j + \sum_{k=1}^{l} s_{\alpha k}^{3} z_k \ge 1, \qquad \alpha = 1,\dots,s; \tag{2.14}$$

$$\sum_{i=1}^{n} t_{\alpha i}^{1} x_i + \sum_{j=1}^{m} t_{\alpha j}^{2} y_j \le 1, \qquad \alpha = 1,\dots,t; \tag{2.15}$$

$$\sum_{i=1}^{n} q_{\alpha i}^{1} x_i + \sum_{k=1}^{l} q_{\alpha k}^{3} z_k \le 1, \qquad \alpha = 1,\dots,q; \tag{2.16}$$

$$\sum_{j=1}^{m} r_{\alpha j}^{2} y_j + \sum_{k=1}^{l} r_{\alpha k}^{3} z_k \le 1, \qquad \alpha = 1,\dots,r; \tag{2.17}$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_{\alpha i} x_i = 1, \qquad \alpha = 1,\dots,\alpha^0; \tag{2.18}$$

$$\sum_{i=1}^{n} b_{\alpha i}^{1} x_i \le 1, \qquad \alpha = 1,\dots,\alpha^1; \tag{2.19}$$

$$\sum_{j=1}^{m} b_{\alpha j}^{2} y_j \le 1, \qquad \alpha = 1,\dots,\alpha^2; \tag{2.20}$$

$$\sum_{k=1}^{l} b_{\alpha k}^{3} z_k \le 1, \qquad \alpha = 1,\dots,\alpha^3; \tag{2.21}$$

$$x_i,\ y_j,\ z_k \in \{0,1\}, \quad i = 1,\dots,n,\ j = 1,\dots,m,\ k = 1,\dots,l. \tag{2.22}$$

В ограничениях (2.14) – (2.21) коэффициенты при переменных равны 1, если в графе *G* имеется соответствующее ребро. Например, $s_{\alpha i}^{1}=1$, если в графе *G* содержится ребро (w_i, p_α) и $s_{\alpha i}^{1}=0$ в противном случае.

Неравенство (2.13) соответствует условию выбора для потребителя не более β приёмов коррекции. Ограничение (2.14) показывает, что все недостатки фигуры должны быть «покрыты». Неравенства (2.15) – (2.17) отражают условие согласованности приемов из разных классов. Равенства (2.18) отвечают требованию о включении в решение одного приёма из каждой группы основных приёмов. Условия (2.19) – (2.21) означают, что приёмы внутри каждого класса не должны противоречить друг другу. Для получения нескольких вариантов изделий в процессе проектирования нами использовались различные значения γ_i^1, γ_j^2, γ_k^3, *i=1,…,n; j=1,…,m; k=1,...,l.*

В результате решения данной задачи может быть найдена совокупность приемов для коррекции визуального восприятия фигуры с максимальным суммарным весом предпочтений.

По этой модели проведены расчеты для девушек-подростков определенного психотипа с выявленными недостатками фигуры. Исходные данные были сформированы на основе антропометрического и диагностического исследований, выполненных в Омском государственном институте сервиса. Полученные результаты согласуются с мнением экспертов.

Разработанный подход может быть использован и для других видов изделий.

В третьей главе описываются математические модели для выделения доминирующих свойств материалов. Показана целесообразность применения задачи нахождения минимального доминирующего множества вершин в графе, которая принадлежит к классу задач о покрытии. Демонстрируется применение построенных математических моделей на свойствах кожевой ткани и волосяного покрова пушно-мехового полуфабриката при оценке качества материалов в меховой промышленности. Приводятся результаты вычислительного эксперимента с использованием реальных исходных данных.

Приведем постановку задачи. Пусть $G=(V,E)$ – ориентированный связный граф с множеством вершин V и множеством дуг E. Каждая вершина из V соответствует определенному свойству материала. Пусть $v_1,...,v_n$ – рассматриваемые свойства, между которыми имеются зависимости, $i=1,...,n$. Если свойство v_k зависит от v_i, то в графе содержится дуга $(v_i,v_k)\in E$.

Пусть $\tilde{V}$ – множество всех вершин графа G, каждая из которых является началом хотя бы одной дуги. Введем целочисленный вектор $b=(b_1,...,b_n)^T$, $b_i\geq 1$, $i=1,...,n$, который используется для описания степени зависимости свойств. Множество $V'\subseteq\tilde{V}$ называется b-доминирующим, если для любой вершины $v_k\notin V'$ найдутся по крайней мере b_k вершин из V' такие, что v_k является концом дуг, исходящих из указанных вершин.

Задача состоит в отыскании b-доминирующего множества минимальной мощности. В отличие от классической постановки задачи в нашем случае каждая вершина b-доминирующего множества должна иметь хотя бы одну выходящую из нее дугу.

Для решения этой задачи использовалась модель ЦЛП, которая строится следующим образом. Введем переменные x_j, $j=1,...,n$

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{если свойство } j \text{ входит в доминирующее множество,} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Построим целочисленную матрицу $A=(a_{ij}),\ i,j=1,...,n$ по правилу

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если дуга } (v_j, v_i) \in E,\ i \neq j, \\ b_i, & \text{если } v_i \in \tilde{V},\ i = j, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Модель ЦЛП имеет вид

$$f(x) = \sum_{j=1}^{n} x_j \to \min \tag{3.1}$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i, \qquad i=1,...,n, \tag{3.2}$$

$$x_j \in \{0,1\}, \qquad j=1,...,n. \tag{3.3}$$

Правая часть системы ограничений (3.2) содержит компоненты вектора чисел b. Это означает, что свойство i должно быть «покрыто » не менее b_i раз, $i=1,...,n$.Задача (3.1) – (3.3) является *NP*-трудной. Для решения задач такого типа существует значительное число алгоритмов, основанных на методах ветвей и границ, отсечения, перебора *L*-классов и других.

Для апробации математических моделей были использована совокупность свойств пушно-мехового полуфабриката. Специалистами в области технологии меха и кожи определены 20 свойств кожевой ткани и установлены взаимосвязи между ними, на основе которых построен ориентированный граф и соответствующая математическая модель. С помощью пакета программ для решения задач ЦЛП, разработанного в лаборатории дискретной оптимизации Омского филиала Института математики СО РАН, проведён вычислительный эксперимент на ЭВМ и найдено минимальное множество ведущих свойств кожевой ткани. Аналогичные исследования выполнены для волосяного покрова пушно-мехового полуфабриката. Полученные результаты согласуются с мнением экспертов.

Четвертая глава посвящена разработке и экспериментальному исследованию эвристических алгоритмов решения обобщенной задачи о покрытии множества и на графах, а также задачи из главы 3. Построены гибридные алгоритмы, основанные на методах локальной оптимизации, поиске с запретами и методе Лагранжевой релаксации, разработан соответствующий программный комплекс, проведен вычислительный эксперимент со случайными и реальными исходными данными.

Рассмотрим задачу о покрытии (1.1)-(1.3). Пусть D – множество ее допустимых решений и r>0. Окрестностью радиуса r точки $x \in D$ назовем множество $N_r(x)=\{y\in D,\ \rho(x,y)\le r,\ x\ne y\}$, где $\rho(x,y)=\sum_{j\in N}|x_j-y_j|$ – расстояние Хемминга между x и y. Точку x будем называть центром окрестности.

В алгоритмах локального поиска (Local Search, сокращенно LS) выбирается некоторое начальное допустимое решение x. Задается окрестность $N_r(x)$ с центром в x и находится локальный минимум $x'\in N_r(x)$. Далее, если возможно, осуществляется переход в полученное решение и строится новая окрестность с центром в x'. Процесс повторяется до выполнения какого-либо правила остановки.

В основе алгоритмов поиска с запретами (Tabu Search, сокращенно TS) лежит идея «разумного» перебора локальных оптимумов. В этих алгоритмах возможен переход в допустимое решение с ухудшением значения целевой функции. Для избежания зацикливания в алгоритме используется список запрещенных элементов поиска (координат точек пространства, ребер графа и т.д.), т.е. список запретов (Tabu List, сокращенно TL). В некоторых случаях элементы, находящиеся в списке запретов, становятся разрешенными, если они удовлетворяют условию перспективности (Aspiration Criterion, сокращенно AC), которое разрешает поиск в направлении данного элемента. Правило перехода от одного элемента к другому определяется спецификой задачи.

В разработанных алгоритмах TS в список запретов заносятся просмотренные точки. Для задачи о покрытии и моделей из глав 2 и 3 условие перспективности AC означает следующее. Пусть точка x – центр окрестности. Если любая точка окрестности $N_r(x)$ лежит в списке запретов или недопустима, тогда разрешается переход в направлении ухудшения значения целевой функции, причем в качестве центра следующей окрестности выбирается наилучшая точка из списка запретов. Управляющими параметрами данного алгоритма являются доля просматриваемых точек окрестностей, длина списка запретов и количество итераций.

Для поиска начальных решений и сокращения размерности задачи достаточно эффективным оказался метод Лагранжевой релаксации. В данном подходе с помощью субградиентного алгоритма находятся множители Лагранжа, позволяющие выполнять отбор наиболее «перспективных» переменных задачи. Предложены гибридные схемы поиска приближенных решений для рассматриваемых задач, в которых сочетаются алгоритмы локальной оптимизации, поиска с запретами и метода Лагранжевой релаксации. В этих алгоритмах при решении задач использовались окрестности радиусов $r\in\{1,2,3\}$. Разработанные алгоритмы реализованы в среде программирования Borland C ++ Builder 6.

Цель вычислительного эксперимента заключалась в исследовании возможности использования этих алгоритмов для решения рассмотренных в диссертации задач, а также сравнение алгоритмов локальной оптимизации и поиска с запретами. Кроме того, анализировалась зависимость относительной погрешности получаемых решений от доли просматриваемых точек в каждой окрестности, а для алгоритмов TS – точность решения от длины списка запретов.

В качестве тестовых задач использовались серии 4 – 6, A, B и C из электронной библиотеки OR-Library (число переменных от 1000 до 4000, количество ограничений от 100 до 200), а также задачи специального вида (3.1)–(3.3). Вычисления проводились на компьютере со следующими характеристиками: процессор Intel Pentium IV 1,6 GHz, объем оперативной памяти 512 Мб. Для указанных задач во многих случаях были найдены оптимальные решения. Относительная погрешность полученных приближенных решений по сериям задач 4-6, A не превышала в среднем 1,3% для алгоритмов LS_2, LS_3, и 1,1% – для TS_2, TS_3. Для серий B, C и тех же алгоритмов погрешность равнялась в среднем 5,7% и 4,3%, соответственно. Среднее время счета по всем сериям задач составляло около 30 секунд.

С увеличением доли просматриваемых точек текущей окрестности наблюдалось повышение точности решения и времени счета. Аналогичные зависимости были выявлены при расширении списка запретов. Расчеты показали, что применение метода Лагранжевой релаксации существенно сокращает размерность задачи. Для модели (3.1)–(3.3) были найдены оптимальные и близкие к ним решения. Разработанные алгоритмы позволяют эффективно находить решения задачи о покрытии множества большой размерности и могут быть использованы для решения прикладных задач.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы диссертационной работы.

В приложениях содержатся исходные данные ряда решенных задач и некоторые результаты проведенных расчетов на ЭВМ.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Предложен новый подход к оптимизации выбора объектов в процессе технической подготовки производства и определению доминирующих свойств материалов, и математические модели для формирования набора объектов, основанные на использовании задач о покрытии на графах, отличающийся от ранее применявшихся методов возможностью находить оптимальные или приближенные решения с учетом различных ограничений и нескольких критериев.

2. С использованием предложенного подхода построены новые математические модели формирования наборов изделий с учетом нескольких критериев с целью запуска в производство и выбора для индивидуального потребителя на основании его запроса.

3. Разработаны новые математические модели на базе предложенного подхода с использованием задач о покрытии на графах для нахождения минимального множества доминирующих свойств, влияющих на оценку качества материала.

4. Разработаны гибридные алгоритмы, основанные на методах локального поиска и поиска с запретами, для задач о покрытии множества и задачи нахождения минимального множества доминирующих свойств материалов, в которых для поиска начального решения был применен метод Лагранжевой релаксации, что позволило существенно сократить размерность задачи.

5. Создано программное обеспечение и с его помощью выполнены экспериментальные исследования, которые подтверждают эффективность и практическую значимость указанных моделей и разработанных алгоритмов. Применение разработанного программного обеспечения позволяет сокращать затрачиваемые ресурсы, в том числе трудовые и временные на 20% и более. Использование процедур метода поиска с запретами повышает эффективность локального поиска по точности решения до 1,4%.

ОПУБЛИКОВАННЫЕ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В рецензируемом журнале из списка ВАК

1. Разработка моделей дискретной оптимизации для формирования коллекции подростковой одежды / А.А. Колоколов, А.Б. Коробова, Е.О. Захарова, Ю.И. Привалова // Омский научный вестник. Омск, 2006. № 7 (43). С. 138 – 140.

В других изданиях

2. Применение моделей дискретной оптимизации для исследования свойств пушно-мехового полуфабриката / А.А. Колоколов, З.Е. Нагорная, Н.И. Ковалева, Ю.И. Привалова // Совершенствование системы специалистов для сферы сервиса : матер. рег. научн.-практ. юбилейной конф. Омск, 2002. Ч. 2. С. 69 – 71.

3. Применение некоторых задач о покрытии для выделения ведущих свойств пушно-мехового полуфабриката / А.А. Колоколов, З.Е. Нагорная, Н.И. Ковалева, Ю.И. Привалова // Проблемы оптимизации и экономические приложения : матер. Всерос. конф. Омск, 2003. С. 173.

4. Выделение ведущих свойств пушно-мехового полуфабриката с применением дискретной оптимизации / А.А. Колоколов, З.Е. Нагорная, Н.И. Ковалева, Ю.И. Привалова // Омский научный вестник. Омск, 2003. № 2 (23). С. 41 – 43.

5. Исследование свойств волосяного покрова пушно-мехового полуфабриката с использованием некоторых задач оптимизации на графах / А.А. Колоколов, З.Е. Нагорная, Н.И. Ковалева, Ю.И. Привалова // Актуальные проблемы подготовки специалистов для сферы сервиса : сб. статей Междунар. научн.-практ. конф. Омск,. 2003. Ч. 2. С. 113 – 114.

6. Определение ведущих свойств волосяного покрова пушно-мехового полуфабриката с использованием некоторых задач о покрытии / Н.И. Ковалева, Ю.И. Привалова // Дискретный анализ и исследование операций: матер. Росс. конф. Новосибирск : Издательство Института математики СО РАН, 2004. С. 222.

7. Алгоритмы решения некоторых задач о покрытии / Ю.И. Привалова, А.Г. Лукьянов // Под знаком Σ: матер. III Всеросс. научн. молодежной конф. Омск, 2005. С. 79 – 80.

8. Применение методов дискретной оптимизации для формирования коллекции подростковой одежды : препринт / А.А. Колоколов, А.Б. Коробова, Е.О. Захарова, Ю.И. Привалова // Омск: Изд-во «КАН», 2005. 24 с.

9. Формирование коллекции моделей подростковой одежды с использованием дискретной оптимизации / А.А. Колоколов, А.Б. Коробова, Е.О. Захарова, Ю.И. Привалова // Современные тенденции и перспективы развития образования в высшей школе : сб. статей III Междунар. научн.-практ. конф. Омск,. 2005. Ч. 1. С. 103 – 104.

10. О решении одной задачи проектирования с использованием методов дискретной оптимизации / Ю.И. Привалова // Проблемы теоретической и прикладной математики : Тр. 37-й Рег. молодежной конф. Екатеринбург: УрО РАН, 2006. С. 398 – 401.

11. Двухкритериальная модель дискретной оптимизации для формирования коллекции подростковой одежды / А.А. Колоколов, Ю.И. Привалова // Проблемы оптимизации и экономические приложения : матер. III Всеросс. конф. Омск, 2006. С. 178.

12. Применение дискретной оптимизации для создания эскизов подростковой одежды с учетом особенностей фигуры : препринт / А.А. Колоколов, А.Б. Коробова, Е.И. Кузнецова, Ю.И. Привалова // Омск: Изд-во «КАН», 2006. 20 с.

13. Приложение методов оптимизации в создании коллекции одежды / А.А. Колоколов, Ю.И. Привалова // Исследование операций : матер. междунар. конф., Германия, Карлсруе. 2006. С. 57. (На англ. языке).

14. Формирование набора подростковой одежды с использованием методов дискретной оптимизации / Е.И. Кузнецова, Ю.И. Привалова // Математическое программирование и приложения : матер. XIII Всеросс. конфер. Екатеринбург: ИММ УрО РАН, 2007. С.126 – 127.

15. Некоторые эвристические алгоритмы для задачи о покрытии множества : препринт / Ю.И. Привалова // Омск: Изд-во «КАН», 2007. 18 с.

Соискатель Привалова Ю.И.

Привалова Юлия Ивановна

Математические модели и методы оптимизации выбора объектов в процессе технической подготовки производства (на примере легкой промышленности)

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Лицензия №

Подписано в печать Формат
Бумага писчая №1. Печать плоская. Гарнитура.
Усл. Печ.л. Уч.-изд л.
Тираж экз. Заказ №

Уфимский государственный авиационный технический университет
Уфимская типография №2 Министерства печати и массовой информации
Республики Башкортостан 450000, Уфа-центр, ул. К. Маркса, 12