

Белогрудов Александр Николаевич

УГАТУ

доцент кафедры специальных глав математики

Планиметрия.

Высоты треугольника и ортоцентр.

2016г.

Тема «Планиметрия. Высоты треугольника. Свойства ортоцентра»

Свойства высот треугольника и точки их пересечения:

1. *Свойство высот треугольника: высоты любого треугольника пересекаются в одной точке, называемой ортоцентром треугольника.*

Рассмотрим высоты AA_1, BB_1, CC_1 треугольника ABC (непрямоугольного), где A_1, B_1, C_1 – основания на соответствующих сторонах и точка H – их точка пересечения (ортоцентр). Тогда выполняются следующие свойства:

2. Точки B, C, B_1, C_1 лежат на одной окружности, причем BC – её диаметр.
3. Треугольник ABB_1 подобен треугольнику ACC_1 .
4. $\angle AB_1C_1 = \angle ABC$.
5. Треугольник ABC_1 подобен треугольнику ABC , причем $|\cos \angle A|$ есть коэффициент их подобия.
6. Расстояние от точки H до любой вершины треугольника вдвое больше расстояния от центра O описанной окружности до стороны, противоположной этой вершине.
7. $\angle BAN = \angle CAO$.
8. $OA \perp B_1C_1$.
9. Точки, симметричные ортоцентру H относительно сторон треугольника, лежат на описанной окружности треугольника.

Задачи по теме «Высоты треугольника. Свойства ортоцентра»

1. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H . Известно, что отрезок CH равен радиусу окружности, описанной около треугольника. Найдите угол ACB .
2. В треугольнике ABC известно, что $AB=2, AC=5, BC=6$. Найдите расстояние от вершины B до точки пересечения высот.
3. На стороне AB треугольника ABC как на диаметре построена окружность, пересекающая стороны треугольника AC и BC в точках D и E соответственно. Прямая DE делит площадь треугольника ABC пополам и образует с прямой AB угол 15° . Найдите углы треугольника ABC .
4. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты CM и AN . Известно, что $AC=2$, а площадь круга, описанного около треугольника MVN , равна $\frac{\pi}{3}$. Найдите угол между высотой CM и стороной BC .
5. В остроугольном треугольнике ABC из вершин A и C на стороны BC и AB опущены высоты AP и CQ . Найдите сторону AC , если известно, что периметр треугольника ABC равен 15, периметр треугольника BPQ равен 9, а радиус окружности, описанной около треугольника BPQ , равен $\frac{9}{5}$.
6. Отрезки, соединяющие основания высот остроугольного треугольника, равны 5, 12 и 13. Найдите радиус описанной около треугольника окружности.

7. (дом) Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H . Известно, что $CH=AB$. Найдите угол ACB .
8. (дом) Отрезки, соединяющие основания высот остроугольного треугольника, равны 8, 15 и 17. Найдите площадь треугольника.
9. (дом) В остроугольном треугольнике ABC высоты AD и CE пересекаются в точке H .
- А) Доказать, что точки A, E, D, C лежат на одной окружности;
- Б) Найти величину угла ABC треугольника, если радиус окружности, на которой лежат точки A, E, D и C , равен 2, а радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 4.