Белогрудов Александр Николаевич

УГАТУ

доцент кафедры специальных глав математики

Многовариантные задачи в геометрии.

Планиметрия.

2015г.

Многовариантность задач возникает, в основном по нескольким причинам:

- неоднозначность при задании взаимного расположения элементов в фигуре;

- неоднозначность при задании взаимного расположения нескольких фигур в комбинационных задачах.

Литература:

Корянов А.Г., Прокофьев А.А. «Планиметрические задачи с неоднозначностью в условии (многовариантные задачи)», 2012г.

Гордин Р.К. «ЕГЭ 2012. Математика. Задача С4. Геометрия. Планиметрия», 2012г.

<u>Причина:</u> Неоднозначность в расположении точек на прямой.

<u>Где искать:</u> в условиях задачи нет точного указания, в каком порядке располагаются точки на прямой.

Пример 1. Найти площадь трапеции с боковыми сторонами, равными 17 и 25, одним из оснований, равным 12, и высотой, равной 15.

<u>Причина:</u> Неоднозначность в расположении точек относительно прямой.

<u>Где искать:</u> в условиях задачи нет точного указания, где именно (в какой полуплоскости) располагается точка относительно прямой или кривой.

Пример 2. В параллелограмме ABCD биссектриса углов A и D делит сторону BC на три равные части. Найти стороны параллелограмма, если периметр равен 40.

<u>Причина:</u> Неоднозначность в выборе обозначений вершин многоугольника.

<u>Где искать:</u> в условиях задачи либо нет описания обозначения вершин, либо нет указания, в каком порядке они перечисляются.

Пример 3. Диагонали AC и BD трапеции ABCD пересекаются в точке E. Найти площадь трапеции, если площадь треугольника AED равна 9, а точка E делит одну из диагоналей в отношении 1:3.

<u>Причина:</u> Неоднозначность в выборе заданного элемента фигуры.

<u>Где искать:</u> в условиях задачи заданы величины (сторон и углов), но не указана их точная принадлежность какому-либо обозначенному элементу фигуры.

Пример 4(Корянов, Прокофьев, 2012г., задача №50). Медиана в треугольнике, выходящая из одной вершины, равна высоте, опущенной из другой вершины, и равна 1. Высота, опущенная из третьей вершины, равна $\sqrt{3}$. Найдите площадь треугольника.

<u>Причина:</u> Неоднозначность взаимного расположения многоугольников.

<u>Где искать:</u> в условиях задачи нет точного указания, где именно располагается одна фигура относительно другой.

Пример 5. Точки M, N, и K лежат на сторонах AB, AC, BC треугольника ABC соответственно, причем так, что AMKN – параллелограмм, площадь которого составляет $\frac{4}{9}$ площади треугольника ABC. Найти диагональ MN параллелограмма, если известно, что AB=21, AC=12, ∠BAC=120°.

<u>Причина:</u> Неоднозначность взаимного расположения окружностей.

<u>Где искать:</u>

- случаи касания окружностей (внешнее и внутреннее);

- случаи пересечения окружностей (положение центров относительно общей хорды);

- расположение точек касания нескольких окружностей с прямой.

Пример 6. (Корянов, Покофьев, 2012г., №18) Точка B – середина отрезка AC, причем AC=6. Проведены три окружности радиуса 5 с центрами в точках A, B и C. Найдите радиус четвертой окружности, касающейся первых трех.

Свойства касающихся окружностей:
а) центры касающихся окружностей (внешним или внутренним образом) лежат на одной линии с точками касания;
б) при внешнем касании окружностей радиусов R и r $(R > r)$ расстояние между их центрами равно $(R + r)$, при внутреннем касании $(R - r)$;
в) отрезок общей касательной двух окружностей радиусов R и r, касающихся внешним образом, равен $2\sqrt{Rr}$.
Пример 7. (Корянов, Покофьев, 2012г., №81) Окружности радиусов R и r касаются внешним образом. К ним проведена общая внешняя касательная, точки A и B – точки касания. Найдите радиус окружности, касающейся внешним образом данных окружностей и касающейся прямой AB.

Дополнительные задачи.

8. (Корянов, Покофьев, 2012г., №55) В треугольнике ABC сторона AB=6, ∠BAC=30°, радиус описанной окружности равен 5. Найдите сторону AC.

9. (Гордин, 2012г., №12.29) В параллелограмме ABCD угол BCD равен $\angle BAC=150°$, а сторона AD равна 8. Найдите радиус окружности, касающейся прямой CD и проходящей через вершину A, а также пересекающей сторону AD на расстоянии 2 от точки D.

10. (Гордин, 2012г., №12.31) Окружность, вписанная в треугольник ABC, делит медиану BM на три равные части. Найдите отношение BC:CA:AB.