

Белогрудов Александр Николаевич

УГАТУ

доцент кафедры специальных глав математики

Стереометрия.

Часть 1.

2016г.

Типы рассматриваемых задач:

- взаимное расположение элементов фигур в пространстве;
- расчетные задачи по вычислению расстояний и углов.

Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве

Прямые в пространстве:

- параллельны,
- пересекаются,
- скрещиваются.

Плоскости в пространстве:

- параллельны,
- пересекаются.

Прямая и плоскость в пространстве:

- параллельны (и не имеют общих точек),
- прямая пересекает плоскость (одна общая точка),
- прямая принадлежит плоскости.

Измерение углов:

Угол между скрещивающимися прямыми Угол между скрещивающимися прямыми измеряется как угол между одной из прямых и пересекающей с ней прямой, параллельной второй из скрещивающихся.

Угол между прямой и плоскостью Угол между прямой и плоскостью измеряется как угол между самой прямой (как наклонной к плоскости) и проекцией её на эту плоскость.

Угол между плоскостями Угол между плоскостями измеряется линейным углом между прямыми, лежащими в этих плоскостях и перпендикулярными их общей линии пересечения.

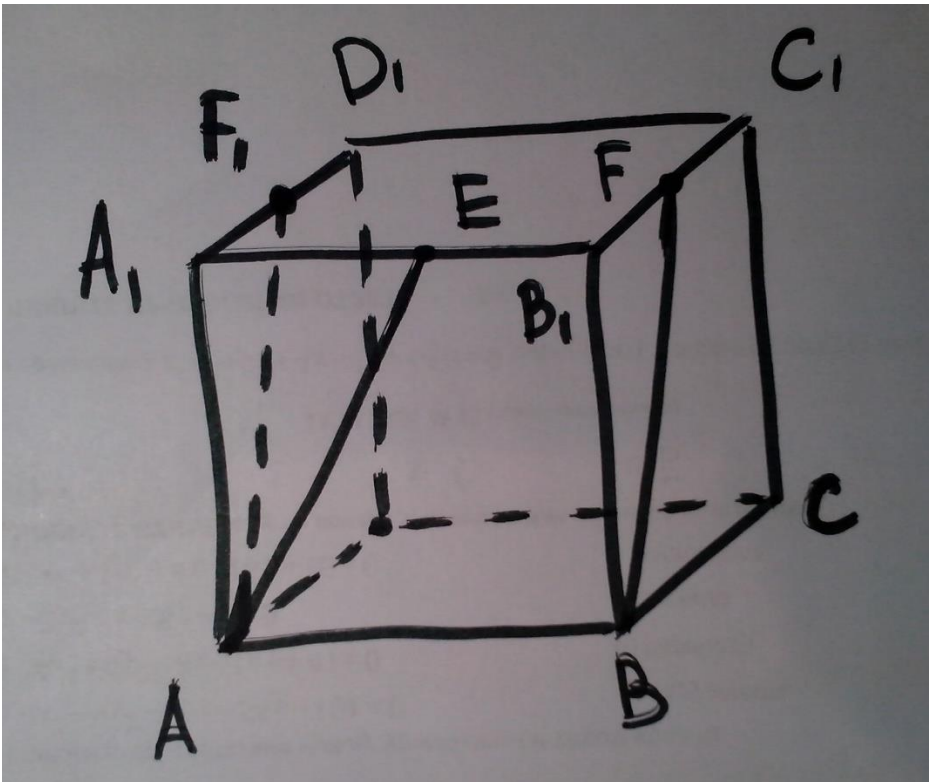
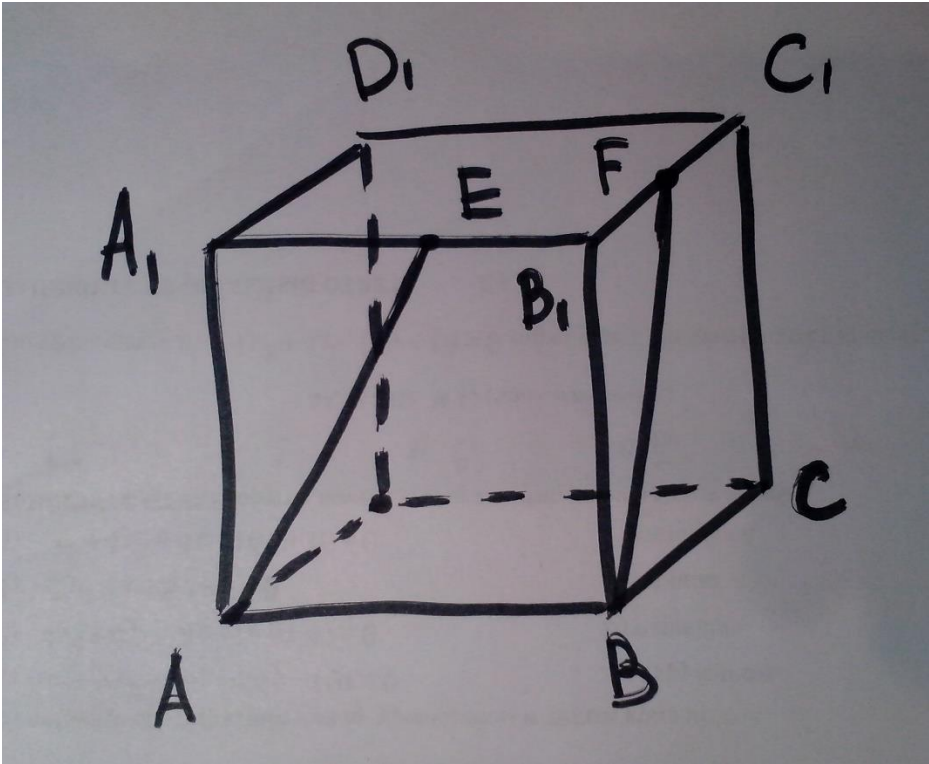
Задачи на измерение углов.

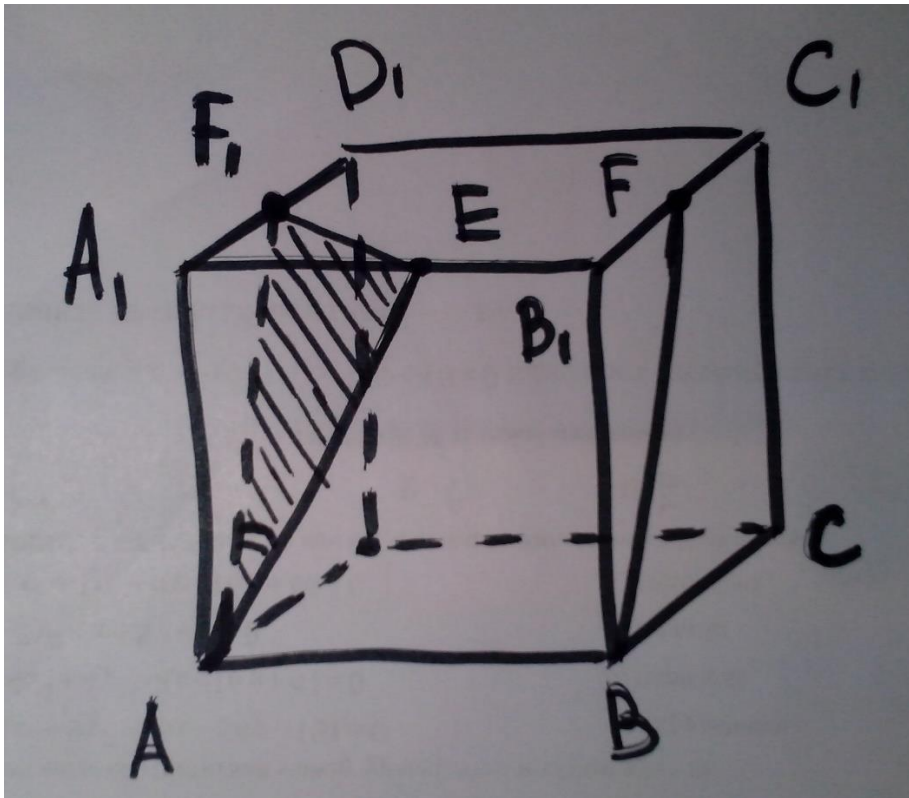
Пример 1.

Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Точка E – середина $A_1 B_1$, точка F – середина $B_1 C_1$.

Найдите косинус угла между прямыми AE и BF . (Ответ: $4/5$)

Рисунок с доп. построением:

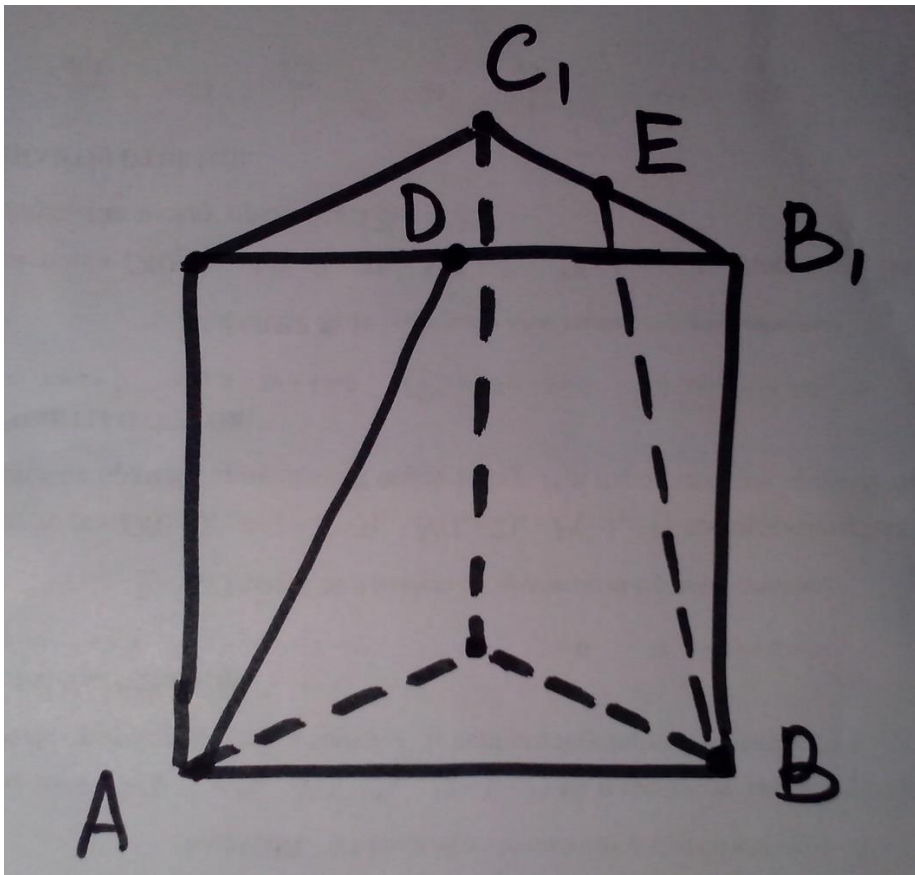


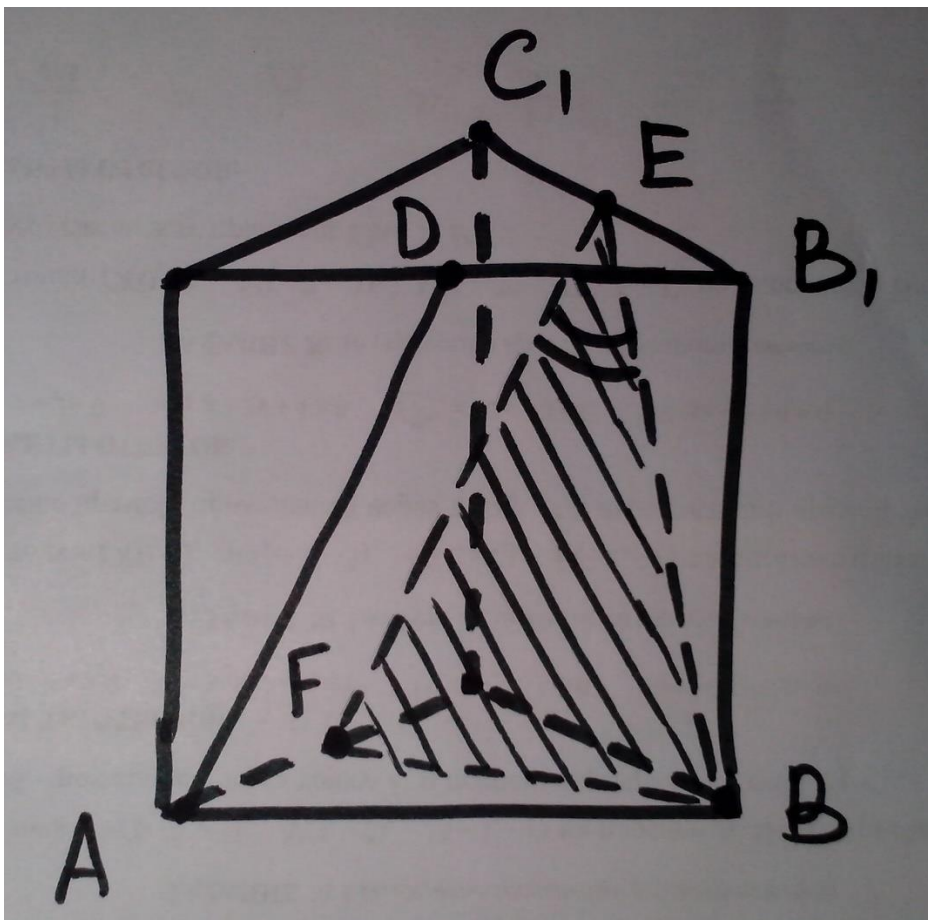
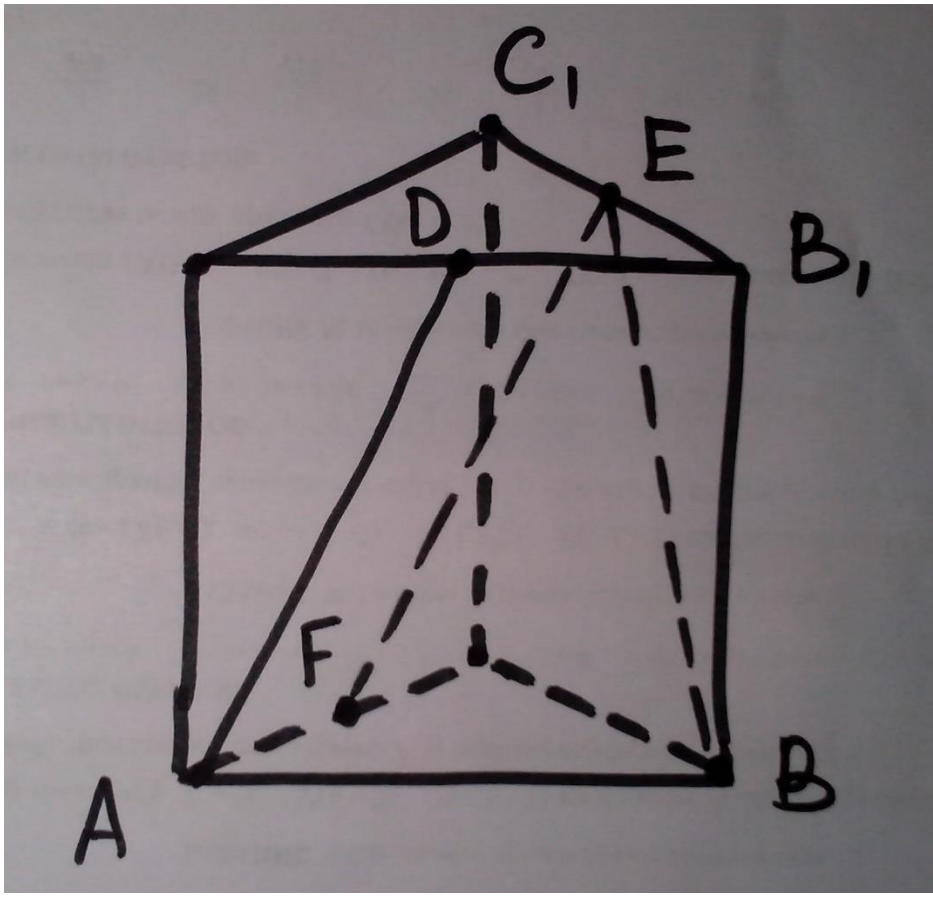


Пример 2.

$ABCA_1B_1C_1$ – правильная призма, все ребра которой равны 1. Точки D и E – середины ребер A_1B_1 и B_1C_1 соответственно. Найдите косинус угла между прямыми AD и BE . (Ответ: $7/10$)

Рисунок с доп. построением:

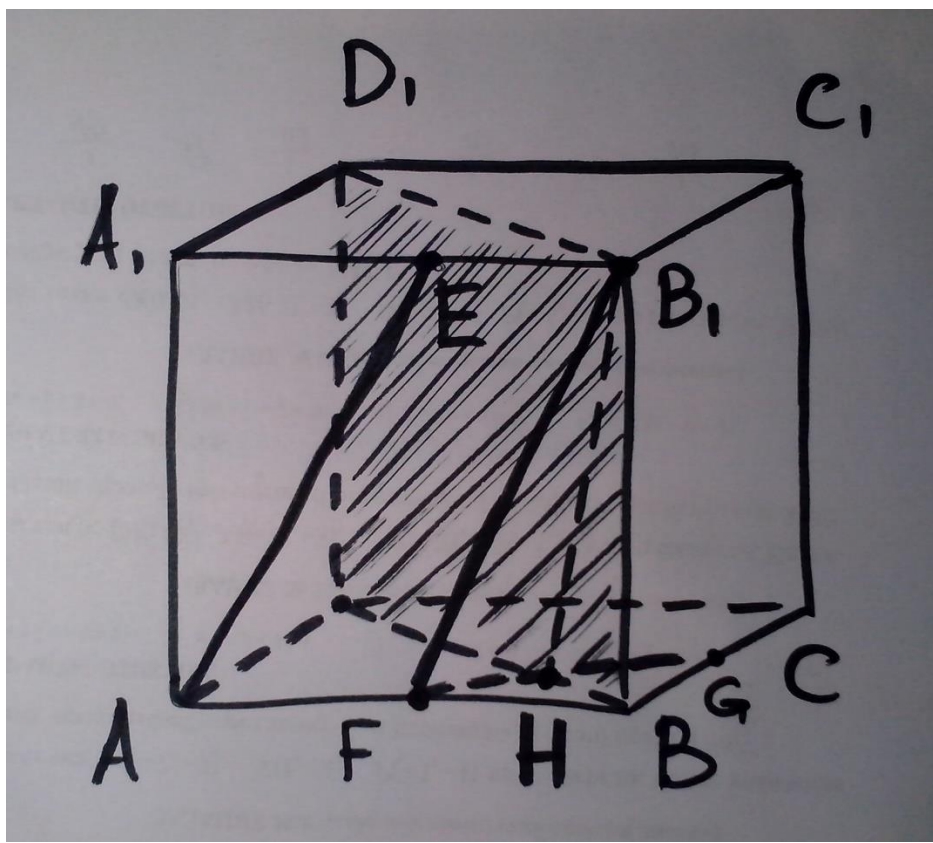
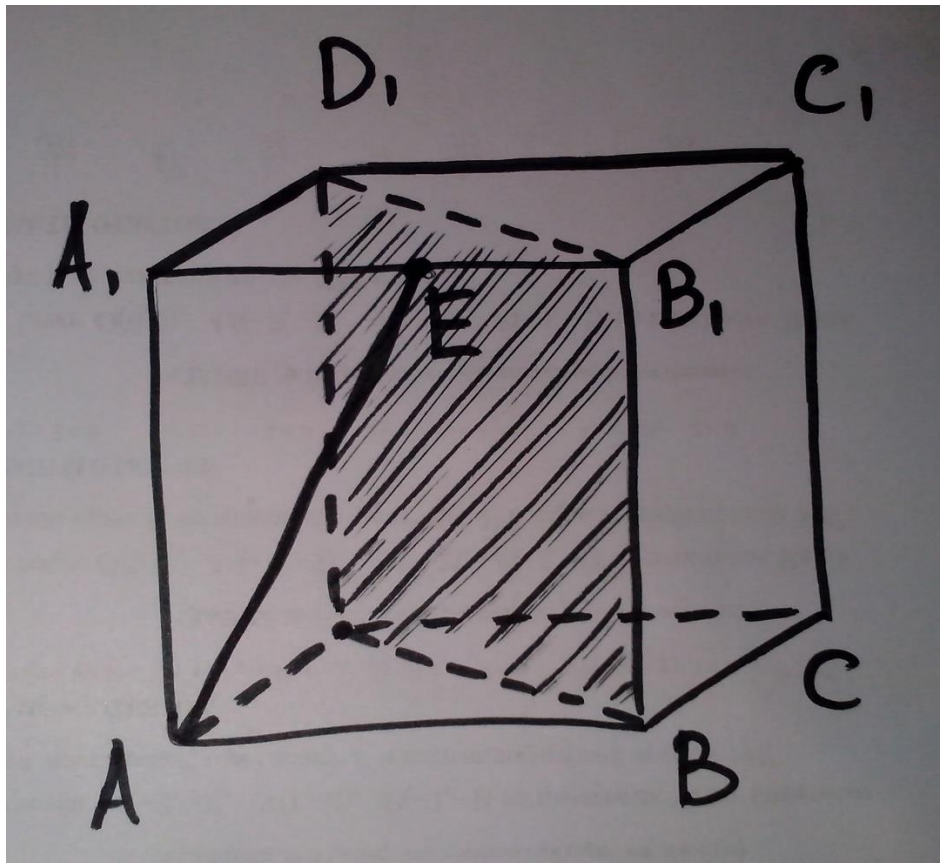


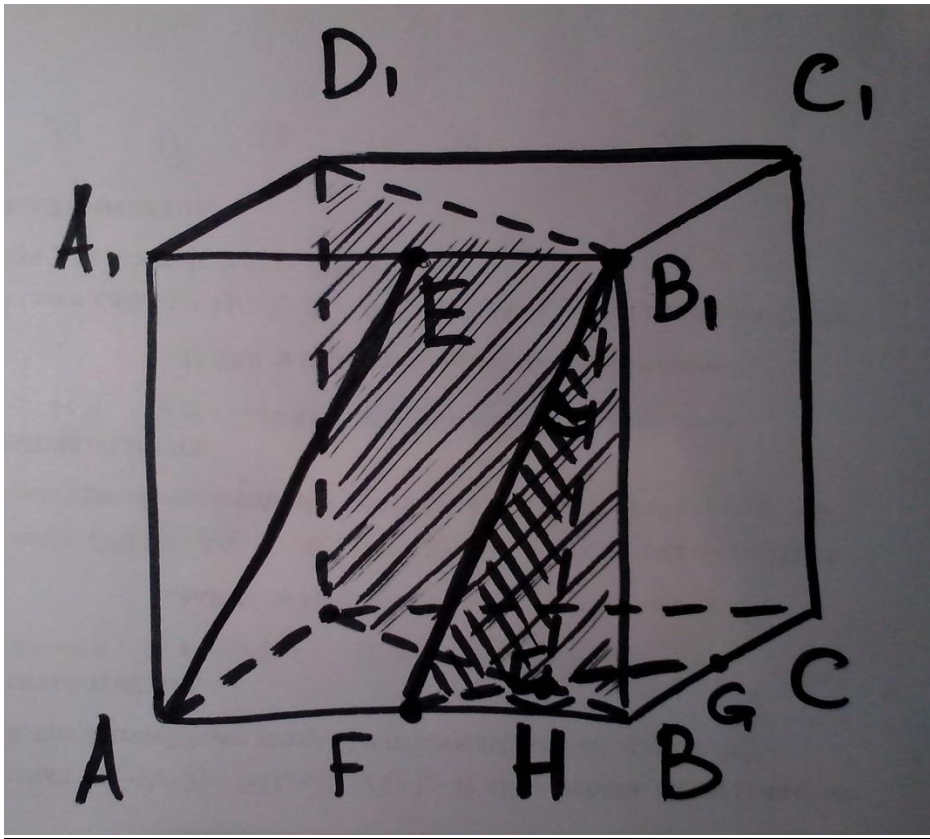


Пример 3.

Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Точка E – середина $A_1 B_1$. Найдите синус угла между прямой AE и плоскостью BDD_1 . (Ответ: $\frac{\sqrt{10}}{10}$)

Рисунок с доп. построением:



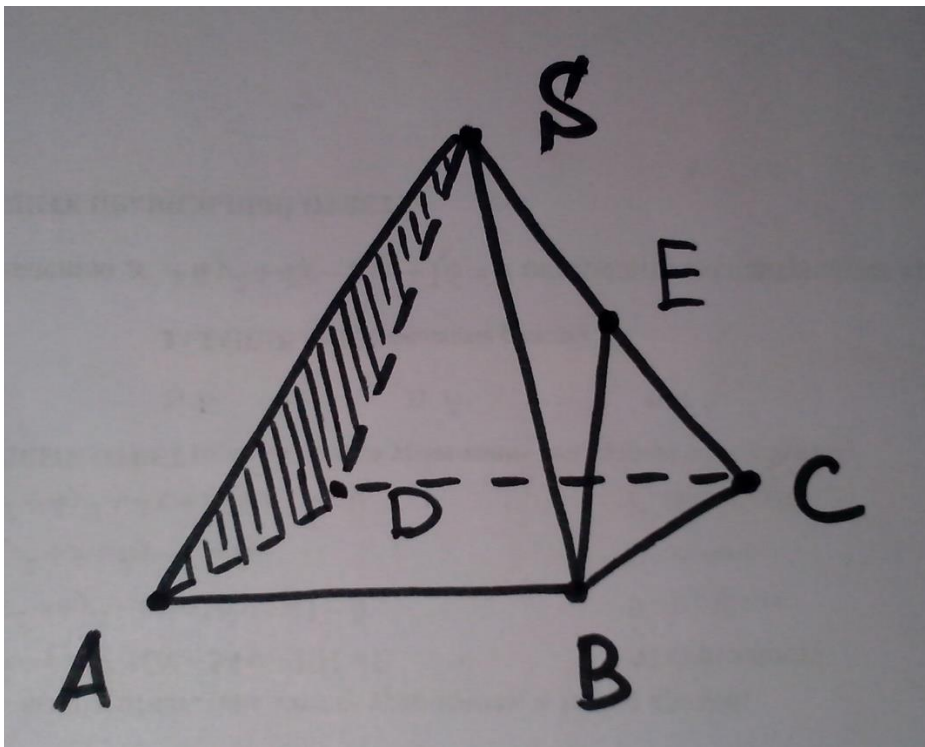


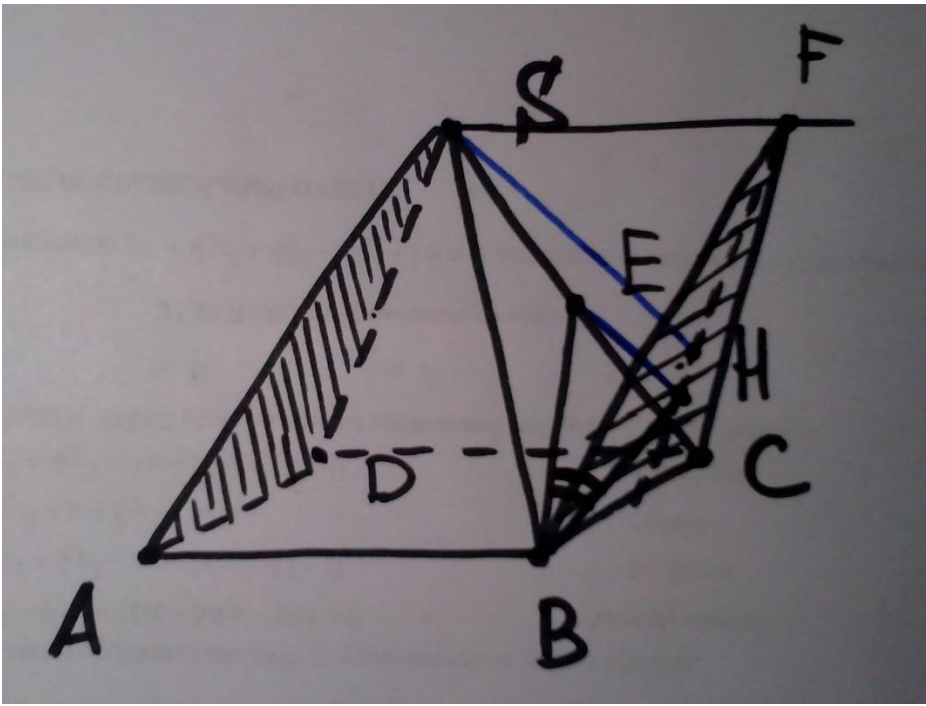
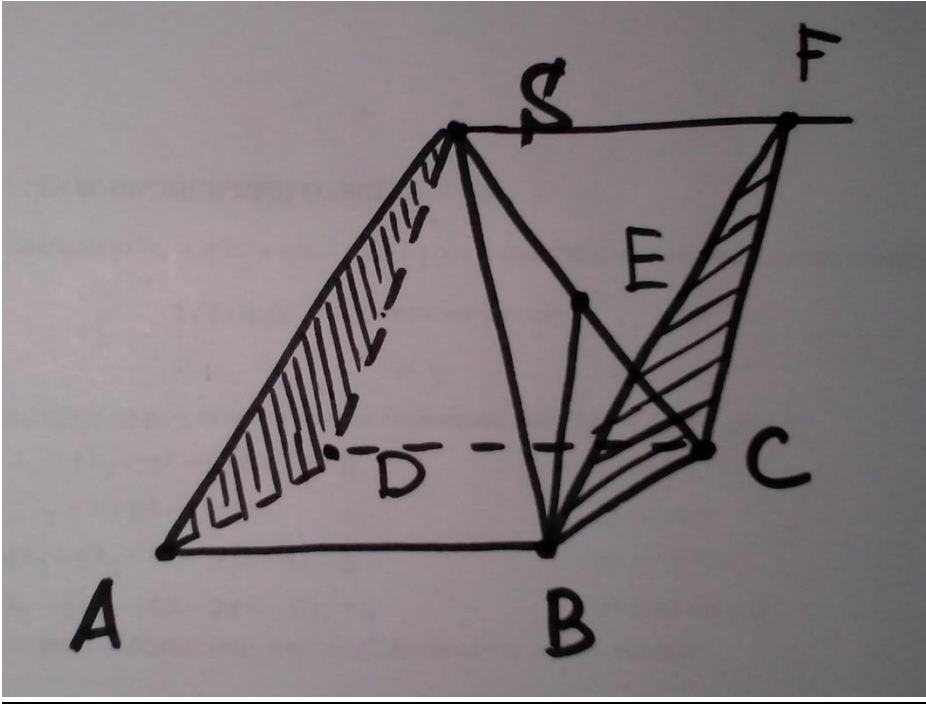
Пример 4.

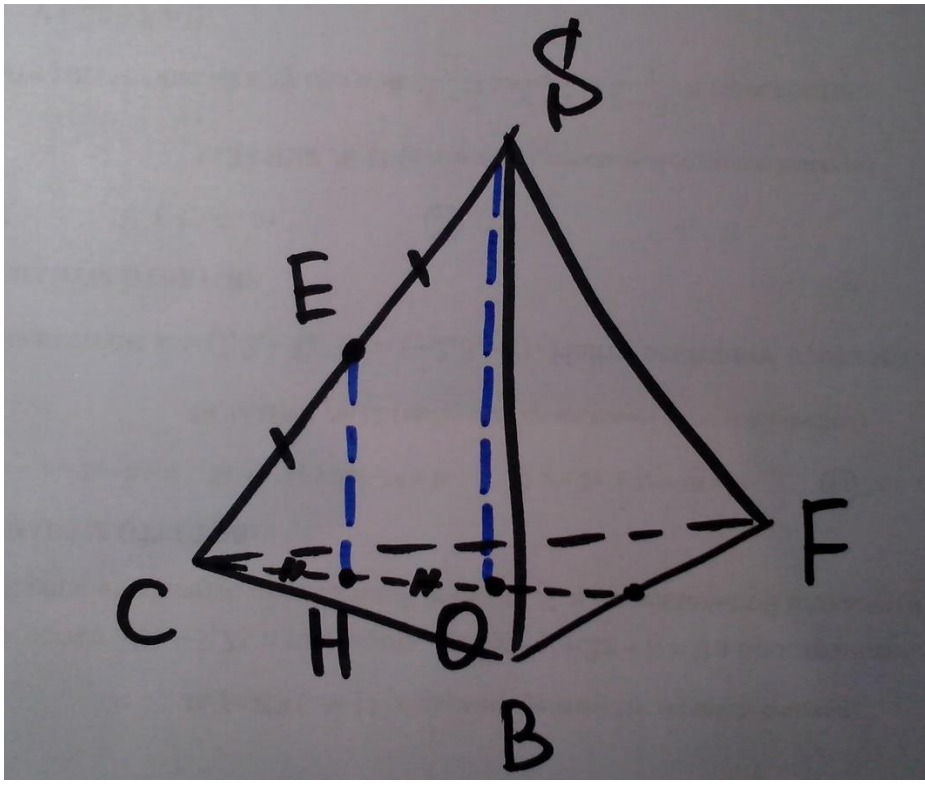
$SABCD$ – правильная 4-х угольная пирамида, все ребра которой равны 1. Точка E – середина ребра SC . Найдите угол между прямой BE и плоскостью SAD .

(Ответ: $\arcsin(\frac{\sqrt{2}}{3})$)

Рисунок с доп. построением:





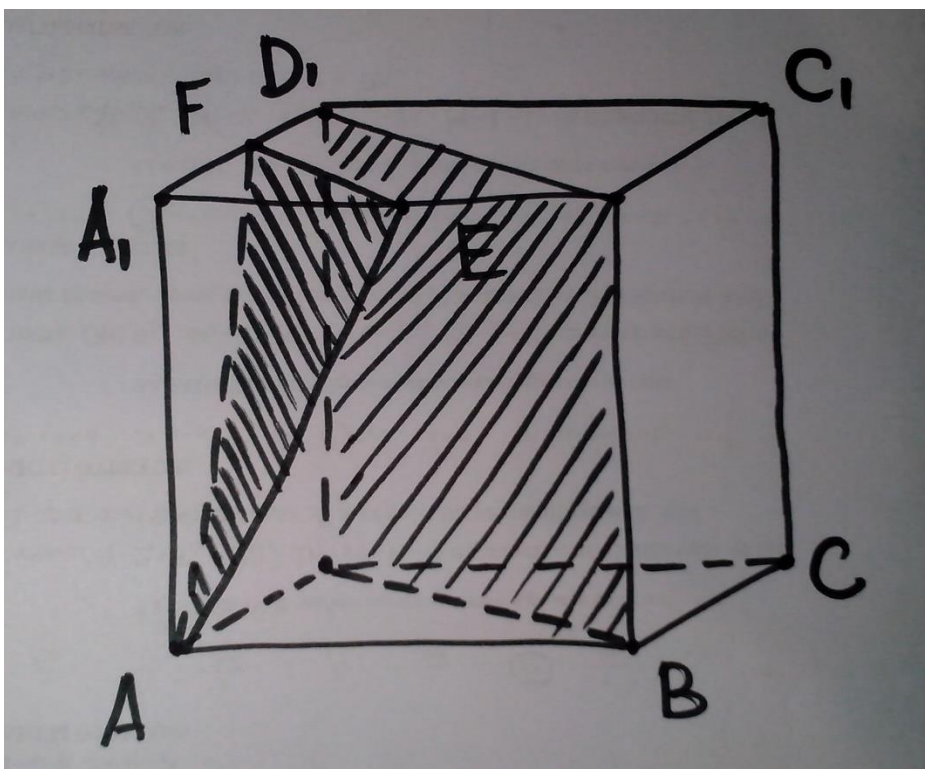


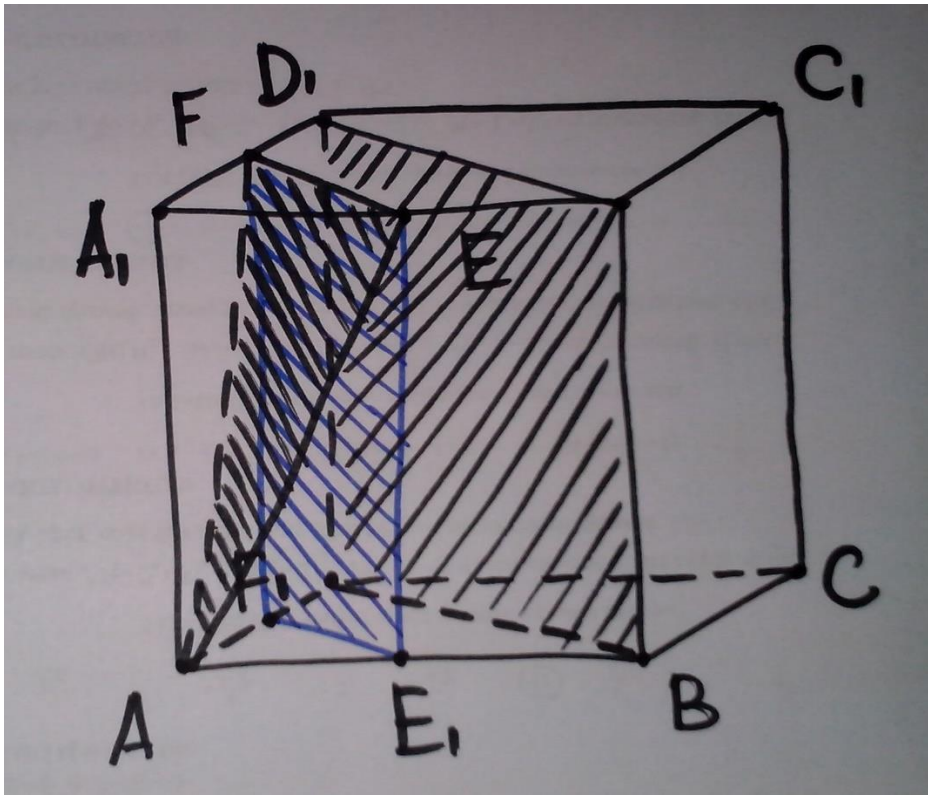
Пример 5.

Дан куб $ABCA_1B_1C_1D_1$. Точки E и F – середины сторон A_1B_1 и A_1D_1

соответственно. Найти тангенс угла между плоскостями AEF и BDD_1 . (Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{4}$)

Рисунок с доп. построением:

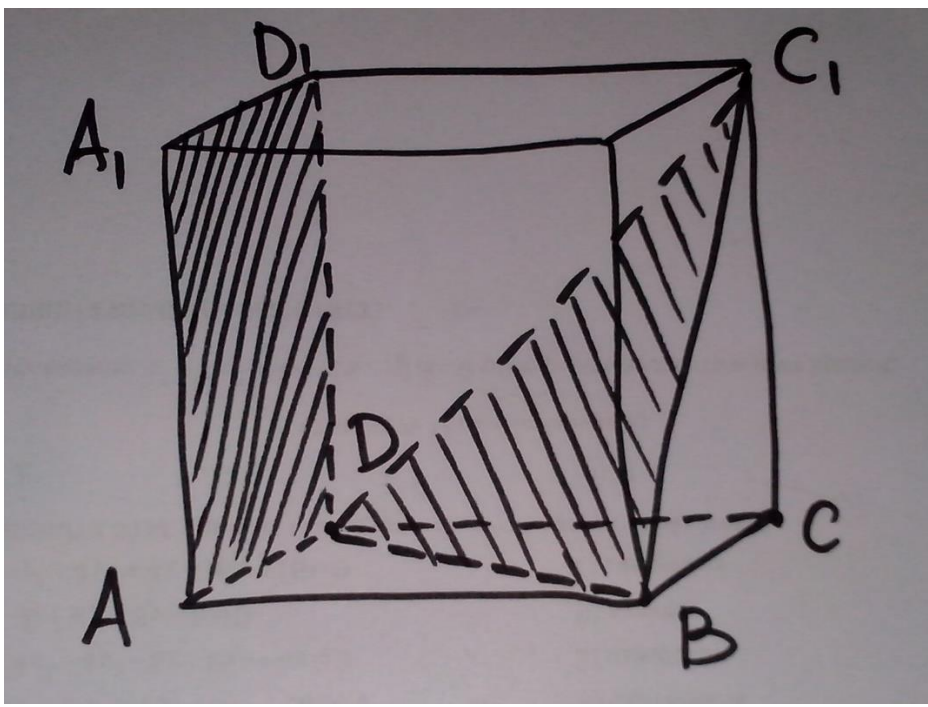


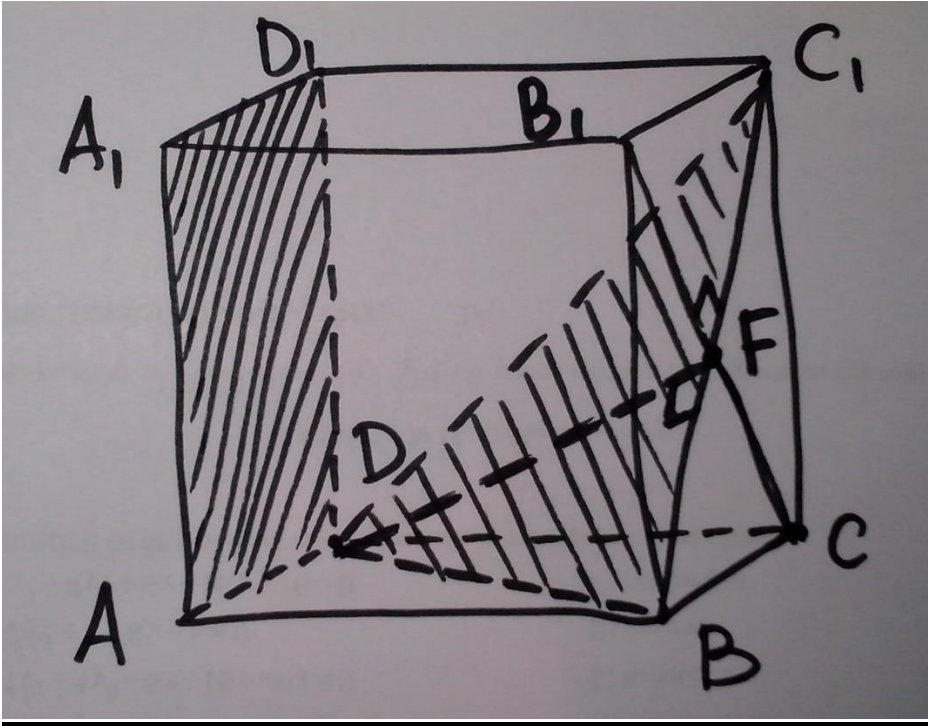


Пример 6.

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 1 найти тангенс угла между плоскостями ADD_1 и BDC_1 . (Ответ: $\sqrt{2}$)

Рисунок с доп. построением:

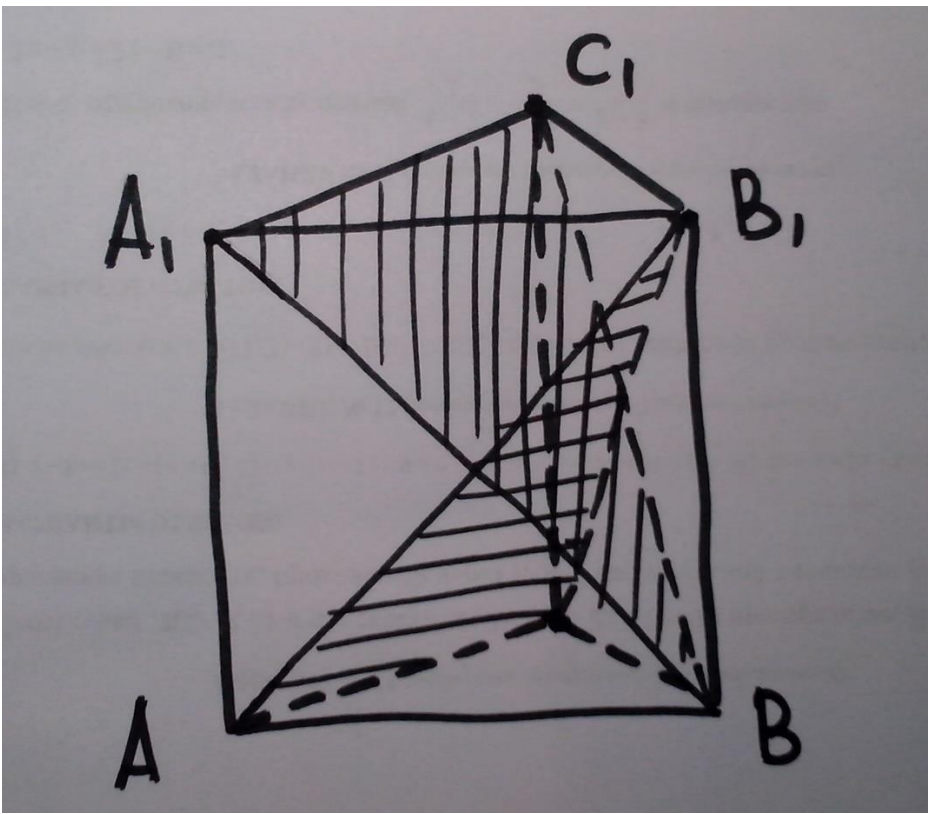




Пример 7.

$ABCA_1B_1C_1$ – правильная треугольная призма с ребром 1. Найдите косинус угла между плоскостями ACB_1 и BA_1C_1 . (Ответ: $1/7$)

Рисунок с доп. построением:



Другие задачи

Пример 8. (alexlarin.net, вар. 139) В основании пирамиды $PABCD$ лежит равнобедренная трапеция с острым углом 45° . Боковые грани PAB и PCD перпендикулярны основанию пирамиды.

а) Докажите, что плоскости PAB и PCD перпендикулярны.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если известно, что $BC = 6$, $AD = 12$, а объём пирамиды равен 27.