

Белогрудов Александр Николаевич

УГАТУ

доцент кафедры специальных глав математики

Стереометрия. Задачи части 2 ЕГЭ

2016г.

Типы рассматриваемых задач:

- стереометрические задачи на доказательство утверждений;
- расчетные задачи.

Ресурсы:

<http://alexlarin.net/>

<http://reshuege.ru/>

Литература:

- «ЕГЭ-2016. Математика. Типовые тестовые задания», под ред. И.В. Ященко – М.: «Экзамен», 2016г.

Задачи на измерение углов.

Пример 1. (Типовые тестовые задания, под ред. И.В. Ященко. 2016 г.)

Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Докажите, что прямая BD_1 перпендикулярна плоскости ACB_1 .

б) Найдите угол между плоскостями $AD_1 C_1$ и $A_1 D_1 C$. (Ответ: 60° .)

Вспомогательные теоремы и свойства:

Теорема (о 3-х перпендикулярах) Если проекция наклонной, проведенной к плоскости, перпендикулярна некоторой прямой, лежащей в плоскости, то и сама наклонная перпендикулярна той же прямой.

Теорема (обратная о 3-х перпендикулярах) Если наклонная, проведенная к плоскости, перпендикулярна некоторой прямой, лежащей в плоскости, то и проекция наклонной перпендикулярна той же прямой.

Теорема (признак перпендикулярности прямой и плоскости) Если прямая перпендикулярна двум пересекающимся в плоскости прямым, то она перпендикулярна и самой плоскости.

Свойство прямой, перпендикулярной плоскости Прямая, перпендикулярная плоскости, перпендикулярна каждой прямой, лежащей в этой плоскости.

Теорема (признак перпендикулярности плоскостей) Если одна из плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную второй плоскости, то плоскости перпендикулярны.

Измерение углов:

Угол между скрещивающимися прямыми Угол между скрещивающимися прямыми измеряется как угол между одной из прямых и пересекающейся с ней прямой, параллельной второй из скрещивающихся.

Угол между прямой и плоскостью Угол между прямой и плоскостью измеряется как угол между самой прямой (как наклонной к плоскости) и проекцией её на эту плоскость.

Угол между плоскостями Угол между плоскостями измеряется линейным углом между прямыми, лежащими в этих плоскостях и перпендикулярными их общей линии пересечения.

Пример 2. (30 вариантов экз. работ. Профильный уровень, под ред. И.В. Ященко. 2016 г.) Точка E – середина ребра AA_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.

а) Докажите, что сечение куба плоскостью DEB_1 является ромбом.

б) Найдите угол между прямыми DE и BD_1 . (Ответ: $\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{15}}\right)$)

Вспомогательные теоремы

Свойство параллельных плоскостей при пересечении третьей плоскостью.

При пересечении двух параллельных плоскостей третья плоскость высекает на них параллельные прямые.

Задачи на измерение расстояний.

Пример 4. (30 вариантов типовых тестовых заданий, под ред. И.В. Ященко. 2016 г.) В пирамиде $SABC$ известны длины ребер $AB = AC = SB = SC = 10$, $BC = SA = 12$. Точка K – середина ребра BC .

- Докажите, что плоскость SAK перпендикулярна плоскости ABC .
- Найдите расстояние между прямыми SA и BC . (Ответ: $2\sqrt{7}$)

Измерение расстояний:

Расстояние от точки до плоскости Расстояние от точки до плоскости измеряется длиной перпендикуляра, опущенного из точки на плоскость.

Расстояние от точки до прямой Расстояние от точки до прямой измеряется длиной перпендикуляра, опущенного из точки на прямую.

Расстояние между параллельными прямой и плоскостью Расстояние между прямой и параллельной ей плоскостью измеряется длиной их общего перпендикуляра.

Расстояние между параллельными плоскостями Расстояние между плоскостями измеряется длиной их общего перпендикуляра.

Расстояние между скрещивающимися прямыми Расстояние между скрещивающимися прямыми измеряется длиной их общего перпендикуляра.

Пример 4. (Типовые тестовые задания, под ред. И.В. Ященко. 2016 г.) В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S , все ребра которой равны 4, точка N – середина ребра AC , точка O – центр основания пирамиды, точка P делит отрезок SO в отношении 3:1, считая от вершины пирамиды.

- Докажите, что прямая NP перпендикулярна прямой BS .
- Найдите расстояние от точки B до прямой NP . (Ответ: 2)

Другие задачи

Пример 6. (alexlarin.net, вар. 139) В основании пирамиды $PABCD$ лежит равнобедренная трапеция с острым углом 45° . Боковые грани PAB и PCD перпендикулярны основанию пирамиды.

- Докажите, что плоскости PAB и PCD перпендикулярны.
- Найдите площадь боковой поверхности пирамиды, если известно, что $BC = 6$, $AD = 12$, а объем пирамиды равен 27.